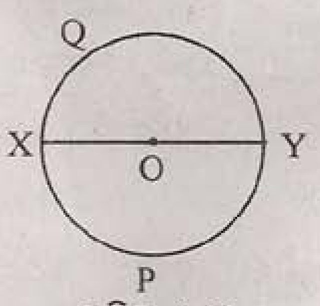
ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପରିଧି, ବୃତ୍ତକଳା

(LENGTH OF THE ARC OF A CIRCLE AND CIRCUMFERENCE, SECTOR)

9.1. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ଏକମାତ୍ରିକ (One dimensional) :

ପୂର୍ବରୁ ତୁମେ ରେଖାଖଣ୍ଡ, ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଆୟତଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍, ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଇତ୍ୟାଦି ସରଳରୈଖିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଅଛ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ବକ୍ରରୈଖିକ ଚିତ୍ର ଯଥା ବୃତ୍ତ, ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବ ।



[ଚିତ୍ର 9.1]

ବୃତ୍ତ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଯାହାକି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଅଟେ । କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହି ଚିତ୍ରଟି କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ତାହା ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟି ଏକ ବୃତ୍ତର ଚିତ୍ର । 'O' ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର (centre) ଅଟେ । $\overline{OX}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (Radius) । କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟଦେଇ ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ବ୍ୟାସ (diameter) କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 9.1ରେ $\overline{XY}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଅଟେ । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ବ୍ୟାସ $= XO + OY = 2 \times OX = 2$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ପରିଧି (circumference) କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତର ଅର୍ଦ୍ଧକୁ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ (semicircle) କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରର $\widehat{XPY}$ ଏବଂ $\widehat{XQY}$ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ । ଏମାନଙ୍କର ମାପକୁ ଅର୍ଦ୍ଧପରିଧି କୁହାଯାଏ ।

ବୃତ୍ତକୁ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପ ରୂପେ ବିଚାର କରାଯାଇପାରେ । ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଉକ୍ତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଅର୍ଦ୍ଧପରିଧି କୁହାଯାଏ ।

ବୃତ୍ତର ପରିଧି ପାଇଁ ସୂତ୍ର (Formula for the circumference of a circle) :

କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଚିତ୍ର ଉପରେ ସୂତା ରଖି ସୂତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ସଂପୃକ୍ତ ପରିଧିକୁ ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$\frac{\text{ପରିଧି}}{\text{ବ୍ୟାସ}}$ ର ମାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଜଣାଯିବ ଏହା 3 ଅପେକ୍ଷା ଅଳ୍ପ ଅଧିକ । ପ୍ରାୟ ଏହାର ମାନ 3.1 ଠାରୁ 3.2 ମଧ୍ୟରେ ରହିବ । ଏଥିରୁ ଜଣାଗଲା ଯେ ବୃତ୍ତର ଆକାର ଯାହାହେଲେ ମଧ୍ୟ ପରିଧି ଓ ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ

ସର୍ବଦା ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ। ଏହି ସ୍ଥିର ମାନଟି ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର π (ପାଇ) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ। 1766 ଖ୍ରୀ.ଅରେ ଏହା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ଜର୍ମାନ୍ ଗାଣିତିକ ଜନ୍ ଲାମ୍ବର୍ଟ (Johann Lambert) ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ।

$$\therefore \frac{\text{ବୃତ୍ତର ପରିଧି}}{\text{ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \pi$$

ପରିଧି, ବ୍ୟାସ ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଯଥାକ୍ରମେ c, d ଏବଂ r ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଗଲେ $\frac{c}{d} = \pi$ ହେବ।

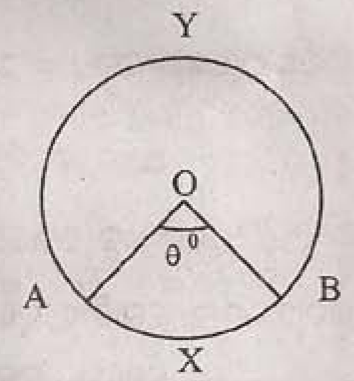
$\therefore c = \pi d = 2\pi r$ ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତର ପରିଧି = $2\pi \times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

π ର ଯୁକ୍ତିସଂଗତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରାୟ ଦୀର୍ଘ 2500 ବର୍ଷ ବ୍ୟାପି ଚେଷ୍ଟା ହୋଇ ଆସୁଅଛି। କେତେକ ଭାରତୀୟ ଗାଣିତିକଙ୍କଦ୍ୱାରା ନିର୍ଣ୍ଣିତ π ର ଆସନ୍ନ ମାନ ନବମ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗଣିତ ପୁସ୍ତକରେ ଦିଆଯାଇଛି। ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେପକାଅ। π ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା।

ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ବେଳେ π ର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆସନ୍ନମାନ ଦିଆଯାଇ ନଥିଲେ ଏହା $\frac{22}{7}$ ବୋଲି ସାଧାରଣତଃ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଥାଏ। π ର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କେତେକ ମାନ ହେଲା 3.141, $\sqrt{10}$ ଇତ୍ୟାଦି।

9.2. ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determining the length of an arc) :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overset{\frown}{AXB}$ ର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ A ଓ Bକୁ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ସହିତ ଯୋଗ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ $\angle AOB$ କୁ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ। ମନେକର ଏହାର ମାପ $\theta°$। ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସାନବଡ଼ ଅନୁସାରେ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ଅଥବା ସଂପୃକ୍ତ ଚାପ ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସମାନୁପାତିକଭାବରେ ହ୍ରାସ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଥାଏ। (ଚାପ ସଂପୃକ୍ତ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ (degree measure of an arc) କୁହାଯାଏ।) କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାପକୁ ଡିଗ୍ରୀ, ଗ୍ରେଡ୍ ବା ରେଡ଼ିଆନ୍ ପରିମାପରେ ପ୍ରକାଶ୍ କରାଯାଇଥାଏ। ଚିତ୍ରରେ $m\overset{\frown}{AXB} = \theta°$ । ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପକୁ 360° ବା 360 ନିଆଯିବ।



[ଚିତ୍ର 9.2]

$\because$ କୌଣସି ବୃତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ, ସେମାନଙ୍କର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନ।

$$\therefore \frac{\text{ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ପରିଧି}} = \frac{\text{ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ}}{\text{ବୃତ୍ତର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ}} \Rightarrow \frac{L}{2\pi r} = \frac{\theta}{360^0}$$

(ଯେଉଁ ଠାରେ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L ଏକକ, ପରିଧି = $2\pi r$ ଏକକ ଏବଂ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ = θ^0 ଏବଂ ବୃତ୍ତ ବା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 360°)

$\therefore$ $\boxed{L = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r}$ ଅଥବା $\boxed{L = \frac{\theta}{180} \times \pi r}$

ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି OAXBକୁ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା କୁହାଯାଏ ।

OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା $= OA + OB + \overset{\frown}{AXB}$ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= 2 \times OA + \overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ ଏବଂ $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L ଏକକ ହୁଏ ତେବେ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା $= 2r + L$ ଏକକ

ଚିତ୍ର 9.2 ରେ OAXB ଓ OAYB ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତକଳା । ସେମାନଙ୍କର ଚାପଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ $\overset{\frown}{AXB}$ ଓ AYB ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ଯଥାକ୍ରମେ θ^0 ଏବଂ $(360^0 - \theta)$ ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ (ବୃତ୍ତର ପରିଧି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉଦାହରଣ)

ଉଦାହରଣ-1: ଗୋଟିଏ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 14 ସେ.ମି. । ଏହି ଚକଟି ଏକ ହଜାରଥର ଘୂରିଲେ କେତେ ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) = 14 ସେ.ମି. । ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ସେ.ମି.

$\therefore$ ଚକର ପରିଧି $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88$ ସେ.ମି.

ଅର୍ଥାତ୍ ଚକଟି ଥରେ ଘୂରିଲେ 88 ସେ.ମି. ରାସ୍ତା ଯାଏ ।

$\therefore$ ଚକଟି ଏକ ହଜାରଥର ଘୂରିଲେ $88 \times 1000 = 88000$ ସେ.ମି. $= 880$ ମି. ରାସ୍ତା ଯିବ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-2: ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଏକ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 220 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 75^0 ହେଲେ, ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (L) = 220 ସେ.ମି.

$$\Rightarrow \frac{\theta}{180} \times \pi r = 220 \Rightarrow \frac{75}{180} \times \frac{22}{7} \times r = 220 \quad \left(\because \frac{\theta}{180^0} \times \pi r = L\right)$$

$$\Rightarrow r = \frac{220 \times 7 \times 180}{75 \times 22} = 168 \text{ ସେ.ମି. ।}$$

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ $= 2r = 2 \times 168 = 336$ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-3 : ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରକୁ ବାଡ଼ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କରିବାରେ ପ୍ରତି ମିଟରକୁ $\frac{1}{3}$ ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 144 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । ସେହି କ୍ଷେତ୍ରଟିର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ :

ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ବାଡ଼ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କରାଯିବା ଖର୍ଚ୍ଚ ପ୍ରତି ମିଟରକୁ $\frac{1}{3}$ ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 144 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା ।

$\therefore$ କ୍ଷେତ୍ରଟିର ପରିସୀମା = $144 \div \frac{1}{3} = 144 \times 3 = 432$ ମି.

ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି + ବ୍ୟାସ = $\pi r + 2r$ (r, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

$\therefore \quad \pi r + 2r = 432 \Rightarrow r\left(\frac{22}{7}+2\right) = 432 \Rightarrow \frac{36}{7} \times r = 432 \Rightarrow r = 432 \times \frac{7}{36} = 84$

$\therefore$ ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି $(\pi r) = \frac{22}{7} \times 84 = 264$ ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-4 : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ସମଷ୍ଟି 440 ସେ.ମି. ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର 7 ସେ.ମି. ହେଲେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ :

ମନେକର ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଏବଂ r ସେ.ମି.

$\therefore$ ସେମାନଙ୍କର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ $2\pi R$ ସେ.ମି. ଓ $2\pi r$ ସେ.ମି. ହେବ ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $2\pi R + 2\pi r = 440 \Rightarrow 2\pi\ (R + r) = 440$

$\Rightarrow \frac{44}{7}(R + r) = 440 \Rightarrow R + r = 440 \times \frac{7}{44} = 70$ ....(i)

ପୁନଶ୍ଚ, $R - r = 7$ ....(ii)

(i) ଓ (ii)ରୁ $R = \frac{70+7}{2} = \frac{77}{2} \Rightarrow 2R = 2 \times \frac{77}{2} = 77$ ସେ.ମି.

ସେହିପରି $r = \frac{70-7}{2} = \frac{63}{2} \Rightarrow 2r = 2 \times \frac{63}{2} = 63$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସ 77 ସେ.ମି. ଓ 63 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-5 : ଖଣ୍ଡେ ତାରକୁ ବଙ୍କାଇ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଆକୃତି କଲେ ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 484 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୁଏ । ଉକ୍ତ ତାରକୁ ବଙ୍କାଇ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ତିଆରି କଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 484 ବର୍ଗସେ.ମି.

$\Rightarrow$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{484} = 22$ ସେ.ମି.

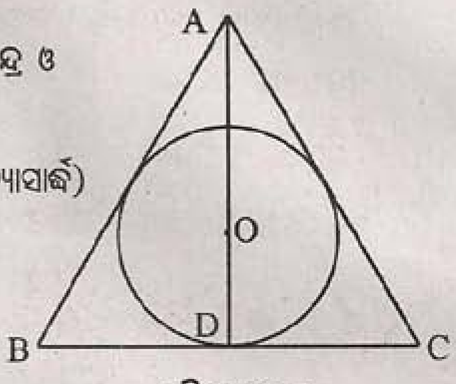
$\therefore$ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = $4 \times 22 = 88$ ସେ.ମି.

ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି. $\Rightarrow$ ପରିଧି = $2\pi r$ ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $\frac{44}{7}r = 88 \Rightarrow r = 88 \times \frac{7}{44} = 14$

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 14 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-6 : କୌଣସି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $20\sqrt{3}$ ସେ.ମି.। ତନ୍ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେବ ?



[ଚିତ୍ର 9.3]

ସମାଧାନ : ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର, ତ୍ରିଭୁଜର ଭରକେନ୍ଦ୍ର ଓ ଲମ୍ବବିନ୍ଦୁ O ଅଭିନ୍ନ ଅଟେ।

$\because$ O ଭରକେନ୍ଦ୍ର। AD = 3 OD = 3r (r ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

ଉଚ୍ଚତା $AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20\sqrt{3}$ ସେ.ମି. = 30 ସେ.ମି.

$\therefore$ AD = 3r = 30 ସେ.ମି. $\Rightarrow$ r = 10 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-7 : ଗୋଟିଏ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଠାରୁ 7 ସେ.ମି. ଅଧିକ। 88 ମିଟର ବାଟ ଗଲେ ସାନଚକ ବଡ଼ଚକ ଠାରୁ 100 ଥର ଅଧିକ ଘୂରେ। ଚକଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ସାନ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି.। $\therefore$ ବଡ଼ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = (r+7) ସେ.ମି.।

$\therefore$ ସାନ ଚକ ଓ ବଡ଼ ଚକର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ $2\pi r$ ସେ.ମି. ଓ $2\pi(r+7)$ ସେ.ମି.।

88 ମିଟର ବାଟ ଯିବାପରେ ସାନଚକ ଓ ବଡ଼ଚକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{8800}{2\pi r}$ ଏବଂ $\frac{8800}{2\pi(r+7)}$ ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $\frac{8800}{2\pi r} - \frac{8800}{2\pi(r+7)} = 100$

$\Rightarrow \frac{8800}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+7}\right) = 100 \Rightarrow \frac{8800}{2\pi}\left(\frac{7}{r(r+7)}\right) = 100$

$\Rightarrow \frac{7}{r^2+7r} = \frac{2\pi}{88} \Rightarrow \frac{7}{r^2+7r} = \frac{1}{14}$

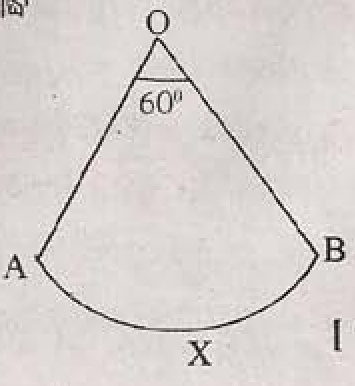
$\Rightarrow r^2 + 7r - 98 = 0 \Rightarrow (r+14)(r-7) = 0$

$\Rightarrow r = -14$ ବା $r = 7$

$\therefore$ ସାନଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 7 ସେ.ମି. ଏବଂ ବଡ଼ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

= (7+7) = 14 ସେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-8 : OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60° ଏବଂ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O। AOB ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ଓ ବୃତ୍ତକଳା OAXB ର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \sqrt{10})$



[ଚିତ୍ର 9.4]

ସମାଧାନ : ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ଏକକ।

$\therefore \overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{60}{180} \times \pi r = \frac{\pi r}{3}$ ଏକକ

$\Rightarrow$ OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା = OA + OB + $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $2r + \frac{\pi r}{3} = \left(\frac{\pi+6}{3}\right)r$

AOB ତ୍ରିଭୁଜରେ OA = OB ଏବଂ $m\angle AOB = 60^0$

$\therefore m\angle OAB = m\angle OBA = 60^0 \Rightarrow$ AOB ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ।

$\therefore$ AOB ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା = 3r ଏକକ।

$\therefore \frac{\Delta AOB\text{ର ପରିସୀମା}}{OAXB\text{ର ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା}} = \frac{3r}{\left(\frac{\pi+6}{3}\right)r} = \frac{9}{\pi+6} = \frac{9}{\sqrt{10}+6}$ (ଉତ୍ତର)

ପ୍ରଶ୍ନମାଳା - 9(a)

(ବୃତ୍ତର ପରିଧି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

1\. (a) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (i) 10 ସେ.ମି., (ii) 2.8 ସେ.ମି., (iii) 14 ସେ.ମି., (iv) 4.2 ସେ.ମି. ହେଲେ ପରିଧି କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(b) ବୃତ୍ତର ପରିଧି (i) 34.9 ସେ.ମି., (ii) 1047 ସେ.ମି., (iii) 25.128 ସେ.ମି., (iv) 15.705 ସେ.ମି. ହେଲେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ? $(\pi \simeq 3{\cdot}141)$

2\. ବିଷୁବରେଖାଠାରେ ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସ 12530 କି.ମି. ହେଲେ ବିଷୁବ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

3\. 44 ମି. ଦୀର୍ଘ ତାରରୁ 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ବୃତ୍ତ ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

4\. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ରାସ୍ତାର ବାହାର ଓ ଭିତର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ 396 ଓ 352 ମିଟର ହେଲେ ରାସ୍ତାର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

5\. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ଅନ୍ତର 44 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 77 ମିଟର ହେଲେ ପରିଧିଦ୍ୱୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

6\. ଦୁଇଟି ଏକ କେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ଅନୁପାତ 3 : 4। ସେମାନଙ୍କର ପରିଧିଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 308 ସେ.ମି. ହେଲେ ବଳୟର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

7\. ଗୋଟିଏ ବଳୟ ଆକାରର ରାସ୍ତାର ବାହାର ଓ ଭିତର ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ 300 ମିଟର ଓ 200 ମିଟର ହେଲେ, ରାସ୍ତାର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ? $(\pi \simeq \sqrt{10})$

8\. 7ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଉପରେ କେତେଥର ଘୂରିଲେ 11 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

9. ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚକ ମିନିଟ୍‌ରେ ୪0ଥର ଘୂରନ୍ତି। ଚକର ବର୍ହିବ୍ୟାସ 42 ସେ.ମି. ହେଲେ ସାଇକେଲ୍‌ର ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

10. ଗୋଟିଏ ଗାଡ଼ିର ବଡ଼ ଚକ ଓ ସାନ ଚକର ପରିଧିର ଅନୁପାତ 4 : 1; 440ମିଟର ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାରେ ସାନ ଚକ ବଡ଼ ଚକ ଅପେକ୍ଷା 15ଥର ଅଧିକ ଘୂରେ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚକର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

11. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ଜମିର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ ମିଟରକୁ 75 ପଇସା ହିସାବରେ 216 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲେ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ଜମିର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

12. ଗୋଟିଏ ଘୋଡ଼ା ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥରେ ଘୂରିଆସି ସିଧା ଯାଇ କେନ୍ଦ୍ରରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ତାକୁ 10 ମିନିଟ୍ 12 ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ଲାଗିଲା। ସେ କେବଳ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଘୂରିଥିଲେ ତାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିଥାନ୍ତା ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

13. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥରେ ଭ୍ରମଣ କରିବାକୁ ଯେତେ ସମୟଲାଗେ ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସ ପରିମିତ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ 45 ସେକେଣ୍ଡ କମ୍ ଲାଗେ। ଯଦି ଲୋକଟିର ବେଗ ଏକ ମିନିଟ୍‌ରେ ୪0 ମିଟର ହୁଏ ତେବେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

14. ଖଣ୍ଡେ ତାରକୁ ବଙ୍କାଇ ବୃତ୍ତାକାର କଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 35 ସେ.ମି. ହୁଏ। ସେହି ତାରଟିକୁ ବଙ୍କାଇ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ପରିଣତ କଲେ ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

15. ଖଣ୍ଡେ ତାରକୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି କଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $1936\sqrt{3}$ ବ.ମି.ହୁଏ। ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ସହ ସମାନ ପରିଧି ଥିବା ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

16. r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ a ଏକକ ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ a ଏବଂ r ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

17. 20 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କେତେ ହେବ? $(\pi \simeq 3{\cdot}14)$

18. 42 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିଲିଖିତ ଓ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

19. ଏକ ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L, ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r, ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ θ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସମାଧାନ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(a) $r = 56$ ସେ.ମି., $\theta = 45^{\circ}$ ହେଲେ L କେତେ ?

(b) $L = 110$ ମି., $\theta = 75^{\circ}$ ହେଲେ r କେତେ ?

(c) $2r = 9$ ଡେ.ମି., $L = 22$ ଡେ.ମି. ହେଲେ θ କେତେ ?

20. (a) 21 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା 64 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସ୍ଥିର କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(b) ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଯେଉଁ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 40°, ସେହି ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା 26.98 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ? $(\pi \simeq 3{\cdot}14)$

21. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉତ୍ତରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଲେଖ। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(a) କୌଣସି ଏକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 10.5 ସେ.ମି. ହେଲେ ସେହି ବୃତ୍ତର 11 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ କେତେ ହେବ ?

(b) 21 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 72° ହେଲେ ଚାପଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

(c) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେଲେ ସେହି ବୃତ୍ତର 11 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 10° ହେବ।

(d) ଏକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଏକକ, ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ y ଏକକ, ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ Z ଡିଗ୍ରୀ ହେଲେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ π ମାଧ୍ୟମରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

22. କୌଣସି ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ 90° । ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq 3.1416)$

23. କୌଣସି ଏକ ବୃତ୍ତର ଏକ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 40° ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତର ସମ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60° ହେଲେ ଉଭୟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

24. ଗୋଟିଏ ଘଣ୍ଟାର ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟାର ଅଗ୍ରଭାଗ 5 ମିନିଟ୍‌ରେ $7\frac{1}{3}$ ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରେ। ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

25. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସର ଦୁଇଗୁଣ। ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତର ଏକ ଚାପର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 60° ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତର ସେହି ପରିମିତ ଚାପର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

26. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ତିନିଗୁଣ। ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତର 10 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 30° ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

27. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 6.282 ହେଲେ ଓ ଏହା ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? $(\pi \simeq 3{\cdot}141)$

28. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60°। ଏହାର ଦୁଇ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଚାପକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରି ଏକ ବୃତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ। ପ୍ରମାଣ କରଯେ, ଏହି ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ 11:16। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

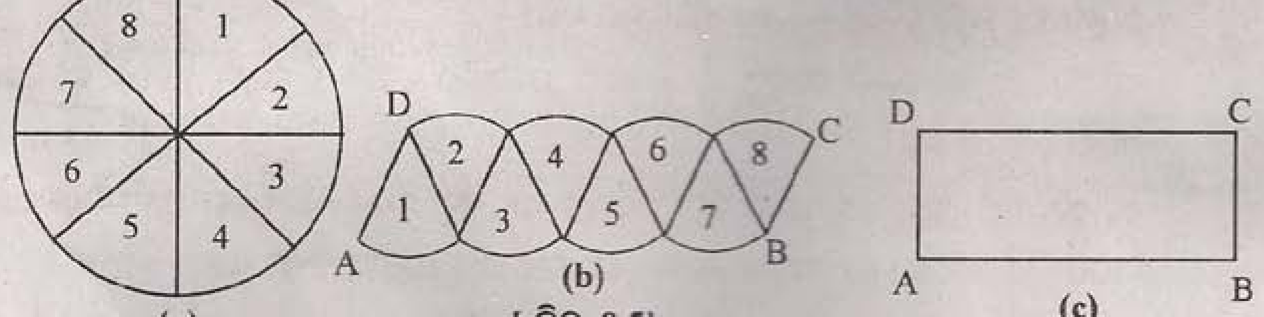
9.3.1. ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area of circle and sector) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମାପକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ। ପୂର୍ବରୁ, ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥା- ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚତା ଦୁଇଟିର ମାପ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଦୁଇଟିର ମାପ ଆବଶ୍ୟକ ବୋଲି ଜାଣିଛ। ବର୍ତ୍ତମାନ ବୃତ୍ତ ଏବଂ ବୃତ୍ତ କଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିବା।

9.3.1. ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determining the area of a circular region) :

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶର ସଂଯୋଗକୁ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର (circular region) କୁହାଯାଏ। ଏହାର ମାପକୁ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ। ପ୍ରୟୋଗର ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ।

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରପରି ମନେକର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ସମାନ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଖଣ୍ଡରେ କାଟି ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରପରି ସଜାଇ ABCD କ୍ଷେତ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଉ।



[ଚିତ୍ର 9.5]

ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ହେବ। ଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଯେତେ ଅଧିକ ହେବ ଚାପଗୁଡ଼ିକ ସେତେ ସରଳ (straight) ହେବ। ଏବଂ ABCD ପ୍ରାୟତଃ ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ ହେବ। ଖଣ୍ଡସଂଖ୍ୟା ଅସୀମ ହେଲେ ABCD କ୍ଷେତ୍ରର ଚରମ ପରିଣତି ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ହେବ। ଏହି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AB ବୃତ୍ତର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି ସହ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ଥ AD ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହିତ ସମାନ ହେବ।

$\therefore$ ଉକ୍ତ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AB × AD = ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି × ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।

$\therefore$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଅର୍ଦ୍ଧପରିଧି × ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।

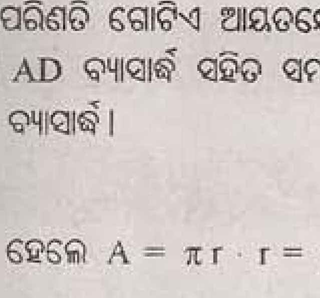
ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ A ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ $A = \pi r \cdot r = \pi r^2$

$\therefore A = \pi r^2$ ବର୍ଗ ଏକକ

9.3.2. ବୃତ୍ତାକାର ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

(Determining the area of a circular annulus) :

ଦୁଇଟି ଏକ କେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟାକାର କ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ।



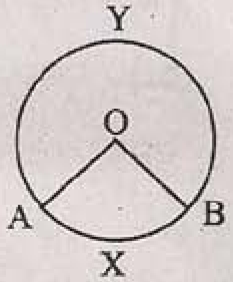
[ଚିତ୍ର 9.6]

ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବାହାର ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ଭିତର ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

ଯଦି ବହିଃ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OA = R ଏକକ ଏବଂ ଅନ୍ତଃ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OB = r ଏକକ ହୁଏ ତେବେ ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2)$

9.3.3. ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determining the Area of a sectorial region)

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର। ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O'। $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ $\widehat{AXB}$ ଚାପର ସଂଯୋଗରେ ବୃତ୍ତକଳାର ସୃଷ୍ଟି। ଏହାକୁ OAXB ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ। OAYB ମଧ୍ୟ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା।



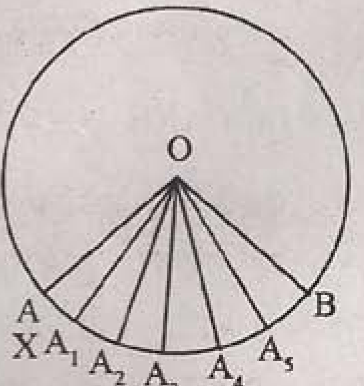
[ଚିତ୍ର 9.7]

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ, OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା

= OA ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ + $\widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ + OB ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।

OAXB ବୃତ୍ତକଳା ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ର ଚାପ $\widehat{AXB}$ ସହ ସଂଯୁକ୍ତ ହେଲେ, $\overleftrightarrow{OA}$ ର B-ପାର୍ଶ୍ୱ, $\overleftrightarrow{OB}$ ର A-ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ AXB ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶର ସାଧାରଣ ଅଂଶକୁ ବୃତ୍ତକଳାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। OAXB ବୃତ୍ତକଳା ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ OAXB ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର **(Sectorial Region)** କୁହାଯାଏ। ଏଠାରେ ମନେରଖ ଯେ, ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ OAXB ଏକ ବୃତ୍ତକଳା। $\widehat{AXB}$ ଚାପରେ A_1, A_2, A_3....... ଏହିପରି ଯଥେଷ୍ଟ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ O ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ଯୋଗ କରାଯାଉ। ଫଳରେ AOA_1, A_1OA_2........ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳାରେ ପରିଣତ ହେବ। ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିତ୍ର 9.9ରେ ଅଙ୍କିତ ଗୋଟିଏ କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳା AOA_1 କଥା ବିଚାର କରାଯାଉ। AA_1 ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କଲେ AOA_1 ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ। ଚାପଟି ଅତି କ୍ଷୁଦ୍ର ହେଲେ AA_1 ଜ୍ୟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\widehat{AXA_1}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ। ପ୍ରାୟ ସମାନ ହେବ। ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା AD ପ୍ରାୟତଃ



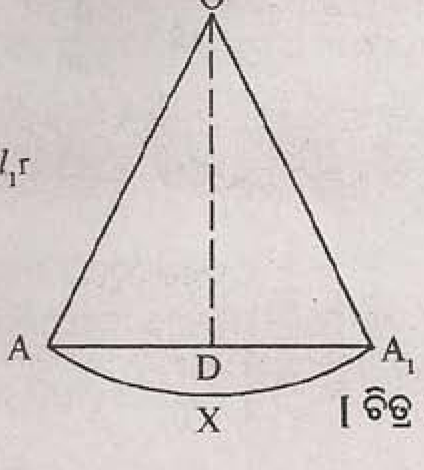
[ଚିତ୍ର 9.8]

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OA ସହିତ ସମାନ ହେବ। ପୁନଶ୍ଚ ବୃତ୍ତକଳାର AOA_1ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ΔAOA_1ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ପ୍ରାୟ ସମାନ ହେବ।

$\therefore$ ΔAOA_1 ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times AA_1 \times AD$

$= \frac{1}{2} \times AXA_1$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $= \frac{1}{2} l_1 r$

ସେହିପରି OA_1A_2, OA_2A_3....... ଇତ୍ୟାଦି କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳାମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଆସନ୍ନମାନ ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{1}{2} l_2 r$, $\frac{1}{2} l_3 r$.......... ଇତ୍ୟାଦି ହେବ।



[ଚିତ୍ର 9.9]

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ତ କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳାମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି

$= \frac{1}{2}l_1 r + \frac{1}{2}l_2 r + \frac{1}{2}l_3 r + ... = \frac{1}{2}(l_1 + l_2 + l_3 + ...)\, r$

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}lr$

ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times$ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

ପୁନଶ୍ଚ, ଚାପଟିର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ θ^0 ଏବଂ ବୃତ୍ତର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 360^0 ହେଲେ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

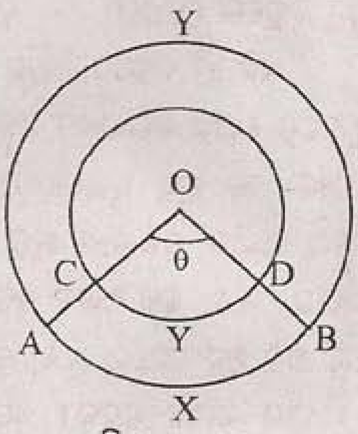
$$= \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}\cdot\frac{\theta}{360^0} \times 2\pi r \times r = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \quad \left(\because l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r\right)$$

$\therefore$ **ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{\theta}{360^0} \times \pi r^2$** ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{\theta}{360^0} \times$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

ବି.ଦ୍ର. : ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଅନୁରୂପ ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନରେ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ଭବ।

ମନ୍ତବ୍ୟ : (i) OAXB ବୃତ୍ତକଳାର $\overset{\frown}{AXB}$ ଚାପର ରେଡ଼ିୟାନ୍ ପରିମାପ θ^c, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ $\overset{\frown}{AXB}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ℓ ହେଲେ, $\theta^c = \frac{\ell}{r}$ ହେବ।

(ii) OAXB ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}\theta r^2$ ହେବ।



[ଚିତ୍ର 9.10]

ଦୁଇଟି ଏକ କେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O'। OAXB ଏବଂ OCYD ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତକଳା। ସେମାନଙ୍କର ଚାପମାନଙ୍କର ସମାନ ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ θ। ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = R ଏକକ ଏବଂ r ଏକକ।

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର

$$= \frac{\theta}{360^0}\cdot\pi R^2 - \frac{\theta}{360}\cdot\pi r^2 = \frac{\theta}{360^0}\pi\,(R^2 - r^2)$$

$$= \frac{\theta}{360^0}\cdot\pi(R + r)\,(R - r) = \frac{1}{2}\cdot(R - r)\cdot\left[\frac{\theta}{360}\cdot 2\pi\,(R + r)\right]$$

$= \frac{1}{2} \times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର $\times$ ଚାପଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି। କିମ୍ବା,

$= \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\theta}{360}\cdot 2\pi\,(R - r)\right](R + r) = \frac{1}{2} \times$ ଚାପଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର $\times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ (ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

ଉଦାହରଣ-1: ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 308 ଡେ.ମି.; ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ :

ମନେକର ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ଡେ.ମି. ⇒ ପରିଧି = $2\pi r$ ଡେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $2\pi r = 308 \Rightarrow r = \frac{308}{2\pi} = \frac{308 \times 7}{44} = 49$ ଡେ.ମି.

ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = πr^2 ବର୍ଗ ଡେ.ମି. = $\frac{22}{7} \times 49^2$ ବର୍ଗ ଡେ.ମି. = 7546 ବର୍ଗ ଡେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-2: 224 ମିଟର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ଘାସ ପଡ଼ିଆ ମଧ୍ୟରେ ତାହାର ବାହାର ସୀମାକୁ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ବଳୟାକାର ପଥ ଅଛି। ପଥଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $2425\frac{1}{2}$ ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ସମୁଦାୟ ଘାସ ପଡ଼ିଆର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = ବାହାର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\frac{1}{2} \times 224$ମି = 112ମି.

ମନେକର ଭିତର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ମିଟର

∴ ପଥଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2)$ ବର୍ଗମିଟର = $\frac{22}{7}(112^2 - r^2)$ ବର୍ଗମିଟର

କିନ୍ତୁ ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2425\frac{1}{2}$ ବି.ମି. = $\frac{4851}{2}$ ବ.ମି.

$\therefore \frac{22}{7}(112^2 - r^2) = \frac{4851}{2} \Rightarrow 112^2 - r^2 = \frac{4851}{2} \times \frac{7}{22} = \frac{3087}{4}$

$\Rightarrow r^2 = 112^2 - \frac{3087}{4} = 12544 - \frac{3087}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{47089}{4}$

$\Rightarrow r = \frac{217}{2} = 108\frac{1}{2} = 108.5$ ମିଟର।

∴ ପଥଟିର ପ୍ରସ୍ଥ $= 112 - r = 112 - 108.5 = 3.5$ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-3 : ଗୋଟିଏ ଲୁହାତାର ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 24649 ବର୍ଗ ସେ.ମି.। ଏହାକୁ ବଙ୍କାଇ ବୃତ୍ତରେ ପରିଣତ କଲେ ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ? $(\pi \simeq 3.14)$

ସମାଧାନ : ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 24649 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{24649} = 157$ ସେ.ମି.

ଏହାର ପରିସୀମା = 157 ସେ.ମି. × 4 = 628 ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ ବୃତ୍ତର ପରିସୀମା $2\pi r = 628$ ସେ.ମି. ⇒ $r = \frac{628}{2 \times 3.14}$ ସେ.ମି. = 100 ସେ.ମି.

∴ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $\pi(100)^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = $3.14 \times (100)^2 = 31400$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.।(ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-4 : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଧାରରେ ବାଡ଼ ଦେଇ ଆବଦ୍ଧ କରିବାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 56 ଟଙ୍କା ଓ 42 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହୁଏ। ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ପକ୍କା କରିବାକୁ 288 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ପକ୍କା କରିବାକୁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = R ଏକକ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ଏକକ

ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ଧାରରେ ବାଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚର ଅନୁପାତ = ସେମାନଙ୍କର ପରିଧିର ଅନୁପାତ।

$$\therefore \frac{56 \text{ ଟଙ୍କା}}{42 \text{ ଟଙ୍କା}} = \frac{2\pi R}{2\pi r} = \frac{R}{r} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{4}{3}$$

ମନେକର ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତଟିକୁ ପକ୍କା କରିବାର ଖର୍ଚ୍ଚ = x ଟଙ୍କା

ପୁନଶ୍ଚ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରକୁ ପକ୍କା କରିବା ଖର୍ଚ୍ଚର ଅନୁପାତ = ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ

$$\Rightarrow \frac{288}{x} = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \quad \left(\because \frac{R}{r} = \frac{4}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x = 288 \times \frac{9}{16} = 162$$

$\therefore$ ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ପକ୍କା କରିବା ଖର୍ଚ୍ଚ = 162 ଟଙ୍କା (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-5 : ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ କୌଣସି ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0। ଯଦି ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r = 21 ସେ.ମି., ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ $\theta = 60^0$

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\theta}{360^0} \times \pi r^2 = \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21^2$ ବ.ସେ.ମି. = 231 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

(ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-6 : କୌଣସି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 30 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ସେ.ମି.; ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) = 30 ସେ.ମି., ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) = 18 ସେ.ମି.

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} lr$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = $\frac{1}{2} \times 18 \times 30$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= 270 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-7 : ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଓ ଏହାର ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 9856 ବ.ସେ.ମି. ଓ 1400 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିରୂପଣ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଓ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ l।

$\therefore \pi r^2 = 9856 \Rightarrow r^2 = 9856 \times \frac{7}{22} \Rightarrow r = \sqrt{448 \times 7} = 56$ ସେ.ମି.

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1400 ବ.ସେ.ମି. $\Rightarrow \frac{1}{2} lr = 1400 \Rightarrow l = \frac{2 \times 1400}{56} = 50$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-୪ : ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 726 ବର୍ଗମିଟର। ଏହାର ଗୋଟିଏ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରେ ଚେନଦ୍ୱାରା ବନ୍ଧା ହୋଇଥିବା ଏକ ଘୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜର ଅର୍ଦ୍ଧପରିମାଣ ସ୍ଥାନରେ ଚରିପାରେ। ଚେନ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଆସନ୍ନ ସେ.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

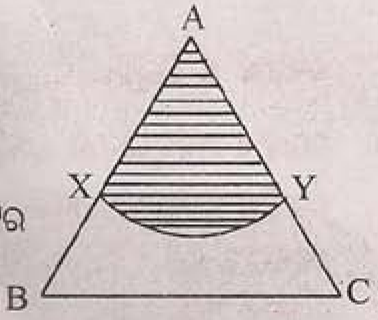
ସମାଧାନ : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଘୋଡ଼ାଟି ଚରିପାରୁଥିବା ଅଂଶକୁ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଏହା ଏକ ବୃତ୍ତକଳାକାର କ୍ଷେତ୍ର।

ମନେକର ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ AX = r

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{\pi}{180} \times 60 \times r = \frac{\pi r}{3}$ ମି.

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} lr = \frac{1}{2} \times \frac{\pi r}{3} \times r = \frac{\pi r^2}{6}$ ବର୍ଗ ମିଟର

ମାତ୍ର ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 726 = 363$ ବ.ମି.



[ଚିତ୍ର 9.11]

$\therefore \frac{\pi r^2}{6} = 363 \Rightarrow r^2 = \frac{363 \times 6 \times 7}{22} \Rightarrow r = \sqrt{693}$ = 26 ମିଟର 23 ସେ.ମି. (ଆସନ୍ନମାନ)

ପ୍ରଶ୍ନମାଳା - 9(b)

[ଆବଶ୍ୟକସ୍ଥଳେ $(\pi \simeq \frac{22}{7})$ ନେଇ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କର]

1. ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେଉଁ ବୃତ୍ତର
   (i) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 31.5 ମିଟର (ii) ବ୍ୟାସ 112 ସେ.ମି.
   (iii) ପରିଧି 286 ସେ.ମି. (iv) ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି 44 ମି.
2. (i) ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 154 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
   (ii) ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 7546 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ପରିଧି କେତେ ?
3. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଯଥାକ୍ରମେ 42 ସେ.ମି. ଓ 56 ସେ.ମି.। ଅନ୍ୟ ଏକ ତୃତୀୟ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପ୍ରଥମୋକ୍ତ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ହେଲେ ତୃତୀୟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
4. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ସମାନ। ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
5. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେ.ମି.। ଏହାର ୨ ଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?
6. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଯେତେ ଏକକ ଏହାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସେତିକି ବର୍ଗ ଏକକ ହେଲେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?

7. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ x ଏକକ। ଏହାର
   (i) ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
   (ii) ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
   (iii) ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
୪ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ C ବର୍ଗ ଏକକ। ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଓ ପରିଲିଖିତ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?
9. ପ୍ରମାଣ କର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ Δ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ସମାନ ହେଲେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4\pi}}$: 1 ହେବ।
10. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା 252 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
11. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ପରିସୀମା ବ୍ୟାସ ଅପେକ୍ଷା 44 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
12. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2772 ବର୍ଗ ମିଟର। ଏହି ପଡ଼ିଆକୁ ବାଡ଼ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କରିବାକୁ ହେଲେ ମିଟର ପ୍ରତି 37 ପଇସା ଦରରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?
13. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ରାସ୍ତାର ବାହାର ଓ ଭିତର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଯଥାକ୍ରମେ 56 ସେ.ମି. ଓ 42 ସେ.ମି.। ରାସ୍ତାଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
14. 32 ମିଟର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ବଗିଚା ମଧ୍ୟରେ ତାହାର ସୀମାକୁ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ନିର୍ମିତ ହୋଇଛି। ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 352 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ?
15. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରକୁ ବାଡ଼ ଦେଇ ଆବଦ୍ଧ କରିବାର ଖର୍ଚ୍ଚ ଯଥାକ୍ରମେ 63 ଟଙ୍କା ଓ 72 ଟଙ୍କା। ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ପକ୍କା କରିବାକୁ 392 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ପକ୍କା କରିବାକୁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ।
16. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ସମଷ୍ଟି 220 ସେ.ମି.। କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର 770 ବର୍ଗ ସେ.ମି। ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
17. ଗୋଟିଏ ଲୁହା ତାରକୁ ବର୍ଗାକୃତି କଲେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 484 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୁଏ। ଯଦି ଏହାକୁ ବୃତ୍ତାକୃତି କରାଯାଏ ତେବେ ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ?
18. 1.21 ଏୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର ଜମି ଚାରିପଟେ ଥିବା ତାରବାଡ଼କୁ ଫିଟାଇ ତା ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ଜମିକୁ ଆବଦ୍ଧ କରାଗଲା। ବୃତ୍ତାକାର ଜମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
19. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ 4 : 5। ଯଦି ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 352 ବର୍ଗ ସେ.ମି ହୁଏ; ଦ୍ୱିତୀୟଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
20. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର ଦେଢ଼ଗୁଣ ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1176 ବର୍ଗ ମିଟର। ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ବାହାର ଚାରିବାହୁକୁ ବ୍ୟାସ ମନେକରି ଚାରିଗୋଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଅଙ୍କିତ ହୋଇଛି। ବର୍ଗମିଟରକୁ 50 ପଇସା ହିସାବରେ ସମୁଦାୟ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ସମତଳ କରିବା ଖର୍ଚ୍ଚ କେତେ ହେବ ?
21. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ସହ ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ଭାବେ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବା ଦ୍ୱାରା କ୍ଷେତ୍ରଟି ତିନୋଟି ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି। ପ୍ରମାଣ କର ବୃତ୍ତ ତିନୋଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅନୁପାତ $\sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$।

22. ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $14\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

23. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 154 ବ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

24. ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେଉଁ ବୃତ୍ତକଳାର

(i) ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 120^0, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 28 ସେ.ମି.

(ii) ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 7546 ବର୍ଗ ମି. ଓ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 105^0।

(iii) ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 396 ମିଟର ଏବଂ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ମିଟର।

(iv) ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 66 ମିଟର ଏବଂ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 70^0।

25. ବୃତ୍ତକଳାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର

(i) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1848 ବର୍ଗ ମିଟର ଓ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 120^0।

(ii) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 48.4 ବର୍ଗ ଡେକାମିଟର ଓ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 121 ମିଟର।

26. ବୃତ୍ତକଳାର ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 36 ମିଟର, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 792 ବର୍ଗ ମିଟର।

(ii) ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 924 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2464 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

(iii) ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 231 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 22 ମିଟର।

27. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ତିନିଗୁଣ। ପ୍ରଥମଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

28. ଦୁଇଟି ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସମାନ ହେଲେ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର କେତେ ହେବ ଯେତେବେଳେ

(i) ଚାପ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର 25 ମି. ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 80 ମି.

(ii) ଚାପ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 50 ସେ.ମି. ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର 24 ସେ.ମି.

29. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳା ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କୌଣସି କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ ଦେବା ପାଇଁ ମିଟରକୁ ଟ.1.50 ହିସାବରେ ଟ.75 ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 90^0 ହେଲେ ତାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?

30. 7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ବୃତ୍ତ ପରସ୍ପରକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି। ବୃତ୍ତମାନଙ୍କର ବହିଃସ୍ଥ ମାତ୍ର ସେମାନଙ୍କଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦଶମିକ ଦୁଇସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

$(\sqrt{3} \simeq 1.73)$, $(\pi \simeq 3.14)$

31. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଅଙ୍କିତ ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପ $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0। ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ ଏବଂ $\overset{\frown}{AXB}$ କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9π ବର୍ଗ ଏକକ ହେଲେ,

(i) ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ii) OAXB ବୃତ୍ତକଳା ଓ ଏହା ମଧ୍ୟରେ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9.4. ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface area of regular solids) :

ଘନ ପଦାର୍ଥ (Solid) :

ପ୍ରତିଦିନ ତୁମେ ବହି, ଇଟା, ପଥରଖଣ୍ଡ, ପେଣ୍ଡୁ, ଲୁହାନଳୀ, ରୋଲବାଡ଼ି ଓ ବାକ୍ସ ଇତ୍ୟାଦି ପଦାର୍ଥମାନଙ୍କ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁଅଛ। ଯେଉଁ ପଦାର୍ଥ ସମତଳ ଭୂମି ପୃଷ୍ଠରେ ଥୋଇଲେ ପଦାର୍ଥଟିର କିଛି ଅଂଶ ଭୂମିକୁ ଲାଗିରହେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଭାଗଟି ଶୂନ୍ୟ, ବାୟୁ ବା ଜଳ ମଧ୍ୟରେ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରି ରହେ ସେ ପ୍ରକାର ପଦାର୍ଥକୁ ଘନ ପଦାର୍ଥ (solid) କୁହାଯାଏ। ଏଗୁଡ଼ିକ ତିନି ଦିଗରେ ବିସ୍ତୃତ ହୋଇଥାଏ। ଯଥା ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ଲମ୍ବା ଦିଗରେ (lengthwise), ପ୍ରସ୍ଥ ବା ଓସାର ଦିଗରେ (Breadthwise), ବେଧ ବା ଉଚ୍ଚତା ଦିଗରେ (Thicknesswise) ବା (Heightwise)। ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ, ଉଚ୍ଚତାକୁ ମାତ୍ରା (Dimension) କୁହାଯାଏ। ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନ ପଦାର୍ଥ ତ୍ରି-ମାତ୍ରିକ (Three dimensional) ଅଟେ।

ସମସ୍ତ ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ଦୁଇ ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ। ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥ (Regular solid) ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାର ନଥିବା ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ବିଷମଘନ ପଦାର୍ଥ (Irregular solid) କୁହାଯାଏ। ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେ କେତେକ ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥ ଯଥା ପ୍ରିଜିମ୍, ଆୟତ ଘନ, ସମଘନ ସିଲିଣ୍ଡର୍ ଇତ୍ୟାଦି ବିଷୟରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବ।

ତଳ ବା ପୃଷ୍ଠ (Surface) :

ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରରେ ତଳ (Surface) ଏକ ସଂଜ୍ଞା ବିହୀନ ପଦ। ଘନ ପଦାର୍ଥର ଉପରିଭାଗକୁ ସ୍ପର୍ଶକରି ତଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା କରିହୁଏ। ତଳ ବା ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱାରା ଘନ ପଦାର୍ଥଟିର ଆକୃତି ଜଣାଯାଇଥାଏ। ତଳ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଯଥା : ସମତଳ (plane surface) ଓ ବକ୍ରତଳ (curved surface)। ଇଟା, ବାକ୍ସ ଇତ୍ୟାଦି ଘନ ପଦାର୍ଥଗୁଡ଼ିକରେ କେବଳ ସମତଳ, ରାସ୍ତା ତିଆରି ରୋଲର୍, ଫୁଙ୍କନଳ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଉଭୟ ସମତଳ ଓ ବକ୍ରତଳ ଏବଂ ଫୁଟବଲ୍‌ରେ କେବଳ ବକ୍ରତଳ ଥାଏ।

ଯେଉଁ ତଳରେ ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଗୋଟି ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ସେହି ତଳ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି ସେହି ତଳକୁ ସମତଳ କୁହାଯାଏ। ପୁନଶ୍ଚ ବହି, କାଗଜ ଓ ବାକ୍ସର ପୃଷ୍ଠ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ କିପରି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ସମତଳ ଉପରେ ରଖିଲେ ଉଭୟ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ମିଶି ଯାଉଛନ୍ତି। ମାତ୍ର ବଲଟିଏ ନେଇ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖିଲେ ବଲର ଏକମାତ୍ର ବିନ୍ଦୁ ଟେବୁଲ୍‌କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି ଏବଂ ଚକ୍‌ଖଡ଼ି ଖଣ୍ଡଟିଏ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖିଲେ ଏହା ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ଟେବୁଲ୍ ପୃଷ୍ଠକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି। ତେଣୁ ବଲର ପୃଷ୍ଠତଳ ଏବଂ ଚକ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଅଟେ। କିନ୍ତୁ ଚକ୍‌ଖଣ୍ଡର ଦୁଇମୁଣ୍ଡ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖିଲେ ଏହାର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଟେବୁଲ୍‌ର ତଳକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି। ତେଣୁ ଚକ୍‌ଖଣ୍ଡର ଦୁଇମୁଣ୍ଡ ସମତଳ ଅଟେ।

ସୀମାବଦ୍ଧ ତଳକୁ କ୍ଷେତ୍ର (Region) ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରର ମାପକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area)କୁହାଯାଏ। ଘନ ପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟିର ମାପ ଆବଶ୍ୟକ। ଯେହେତୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦ୍ୱି-ମାତ୍ରିକ (Two dimensional) ରାଶି ଅଟେ।

ସମତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ତଥ୍ୟ :

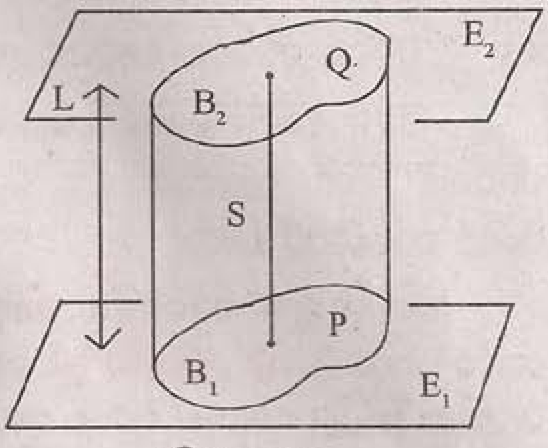
(a) ଦୁଇଟି ସମତଳର କୌଣସି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ନଥିଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ସମାନ୍ତର ସମତଳ କୁହାଯାଏ।

(b) ଦୁଇଟି ସମତଳ ପରସ୍ପରକୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି।

(c) କୌଣସି ସମତଳ E ର ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କିତ ରେଖା (l) (ରଶ୍ମି ବା ରେଖାଖଣ୍ଡ) ସମତଳ E ଉପରିସ୍ଥ ତଥା P ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସମସ୍ତ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ, ସେହି ରେଖାକୁ ସମତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ।

କେତେକ ଘନ ପଦାର୍ଥର ସୃଷ୍ଟିର ସଂଜ୍ଞା :

ମନେକର E_1, E_2 ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସମତଳ। L ରେଖା E_1କୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ଏବଂ E_1 ଉପରିସ୍ଥ B_1 ଏକ କ୍ଷେତ୍ର (Region) B_1ର କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ P ମଧ୍ୟଦେଇ L ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ରେଖା E_2 କୁ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି। ଏ ପ୍ରକାର ସମସ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{PQ}$ ର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ସେଟ୍ S ସିଲିଣ୍ଡର କୁହାଯାଏ। B_1କୁ Sର ଭୂମି, Lକୁ ଏହାର ନିୟାମକ ରେଖା **(directrix)**, S ଏବଂ E_2ର ଛେଦାଂଶକୁ S ର ଶୀର୍ଷ ପୃଷ୍ଠତଳ ଏବଂ $\overline{PQ}$ କୁ S ର ଜନକରେଖା **(Generator)** କୁହାଯାଏ। ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇ ପାରିବ ଯେ, ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମି ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର (ବା ବହୁଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର) ହେଲେ, ଏହାର ଶୀର୍ଷପୃଷ୍ଠତଳ ମଧ୍ୟ ଅନୁରୂପ କ୍ଷେତ୍ର ହେବ ଏବଂ ଏମାନଙ୍କୁ ଆବଦ୍ଧ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତ (ବା ବହୁଭୁଜ) ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ। ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମି ଏକ ବୃତ୍ତାକାର (ବା ବହୁଭୁଜାକାର) କ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ, ଏହାକୁ ଆବଦ୍ଧ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତ ବା ବହୁଭୁଜ ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଜେନେରେଟର ଗୁଡ଼ିକର ସମନ୍ୱୟରେ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ (ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳ) ଗଠିତ ହୁଏ। ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ, ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷତଳର ସମନ୍ୱୟରେ ଏକ ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଗଠିତ ହୁଏ। ପୂର୍ବରୁ ଦେଖାଯାଇଛି ଯେ, ଆୟତଘନ ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ସିଲିଣ୍ଡର। ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କେତେକ ପ୍ରଚଳିତ ସିଲିଣ୍ଡରର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା।



[ଚିତ୍ର 9.12]

(i) B_1 ଯେକୌଣସି ବହୁଭୁଜ ହେଲେ Sକୁ ପ୍ରିଜିମ୍ **(Prism)** କୁହାଯାଏ। ଏବଂ L ରେଖା E_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ Sକୁ ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ **(Right Prism)** କୁହାଯାଏ।

(ii) B_1 ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ S ଏକ ସମାନ୍ତର ଘନ (parallelopiped) ହେବ। ଆୟତଘନ (cuboid) ବା ସମଘନ (cube) ଉଭୟେ ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ସମାନ୍ତର ଘନ। ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ L ରେଖା E_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ, ଅଧିକନ୍ତୁ ସମଘନ ପରିସ୍ଥିତିରେ PQ ସହ S ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ।

(iii) B_1 ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ S ଏକ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର ଏବଂ L ରେଖା E_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ S ଏକ ସରଳ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର **(Right Circular Cylinder)** ହେବ।

ପ୍ରିଜିମ୍, ଆୟତଘନ, ସମଘନ, ସିଲିଣ୍ଡର ଏହି ଘନ ପଦାର୍ଥଗୁଡ଼ିକର ଗଠନ ଓ ପରିସ୍ଥିତିର ସାଦୃଶ୍ୟ ଯୋଗୁଁ ଏମାନେ ଏକ ପରିବାରଭୁକ୍ତ ଅଟନ୍ତି। ତେଣୁ ଏମାନଙ୍କର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ (ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ), ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସୂତ୍ରାବଳୀ ଏକାପରି।

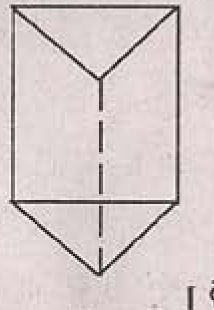
(a) **ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ (ବକ୍ରତଳ)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା**

(b) **ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ**

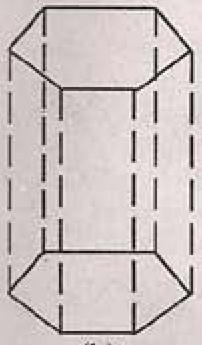
(c) **ଆୟତନ = ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା**

9.5. ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area of a Prism) :

ପ୍ରିଜିମ୍ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପରିବେଷ୍ଟିତ ଏକ ଘନପଦାର୍ଥ। ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତସମତଳ ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ ସର୍ବସମ ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର।



(a)

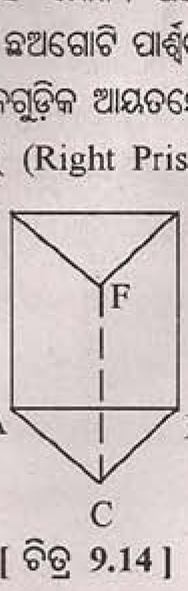


(b)

[ଚିତ୍ର 9.13]

ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତ ସମତଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଗୋଟିକ ଉପରେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ ହୁଏ ତାହାକୁ ଭୂମି ବା ଆଧାର (Base) କୁହାଯାଏ। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଷଡ଼ଭୁଜ, ଦଶ ଭୁଜାକାର ଇତ୍ୟାଦି ଯେକୌଣସି ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ହୋଇଥାଏ। ଭୂମିର ବିପରୀତ ସମତଳଟିକୁ ଶୀର୍ଷ ସମତଳ କୁହାଯାଏ। ଭୂମିର ଆକାର ଅନୁସାରେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ନାମକରଣ କରାଯାଏ। ଯଥା- ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍, ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍, ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍ ଇତ୍ୟାଦି। ପ୍ରାନ୍ତୀୟ ତଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଲମ୍ବୀୟ ଦୂରତା (Perpendicular distance) କୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା (height or altitude) କୁହାଯାଏ।

ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷତଳ ବ୍ୟତୀତ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଅନ୍ୟ ସମତଳମାନଙ୍କୁ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ କିମ୍ବା ପାର୍ଶ୍ୱତଳ (lateral surface) କୁହାଯାଏ। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ। ଅର୍ଥାତ୍ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ତିନିଗୋଟି, ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଚାରିଗୋଟି, ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଛଅଗୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ଥାଏ, ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ବା ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ହୋଇଥାନ୍ତି। ଯେଉଁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅର୍ଥାତ୍ ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକର ବାହୁ, ଭୂମି ଏବଂ ଶୀର୍ଷତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ତାହାକୁ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ (Right Prism) କୁହାଯାଏ। ଯେଉଁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ଗୁଡ଼ିକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଅର୍ଥାତ୍ ପାର୍ଶ୍ୱତଳର ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାନ୍ତ ସମତଳ ଉପରେ ତୀର୍ଯ୍ୟକ୍ ଭାବେ ଦଣ୍ଡାୟମାନ ସେ ପ୍ରକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌କୁ ତୀର୍ଯ୍ୟକ୍ ପ୍ରିଜିମ୍ କୁହାଯାଏ। ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ ତୁମର ପାଠ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଗତ ହୋଇଥିବାରୁ ଏତଦ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି।



ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଚିତ୍ରଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର। ଏହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍। ଯାହାର ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷତଳଦ୍ୱୟ ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଓ ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ତ୍ରୟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର। ବର୍ତ୍ତମାନ ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ।

[ଚିତ୍ର 9.14]

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା AD = BE = CF = h ଏକକ।

ଭୂମି ΔABCର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ BC = a ଏକକ, AC = b ଏକକ ଏବଂ AB = c ଏକକ

BCFE ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = BC · CF = ah ବର୍ଗ ଏକକ

ACFD ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AC · AD = bh ବର୍ଗ ଏକକ

ABED ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AB · BE = ch ବର୍ଗ ଏକକ

∴ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମଷ୍ଟି = (ah + bh + ch) = (a+b+c)h ବର୍ଗ ଏକକ।

∴ **ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା**

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (BCFE ପାର୍ଶ୍ୱତଳ + ACFD ପାର୍ଶ୍ୱତଳ + ABED ପାର୍ଶ୍ୱତଳ)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

∴ **ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।**

9.6. ଆୟତଘନର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area of a Cuboid) :

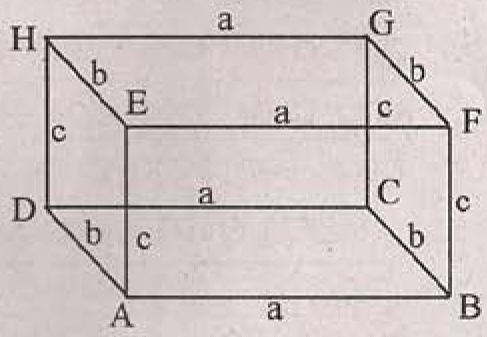
ଆୟତଘନ ଛଅଗୋଟି ସମତଳ ଦ୍ୱାରା ପରିବେଷ୍ଟିତ ଏକ ଘନ ଯାହାର ପ୍ରତିଟି ସମତଳ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର। ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେହେତୁ ଦୁଇଟି ସମତଳ ପରସ୍ପରକୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି। ତେଣୁ ଏହାର 12 ଗୋଟି ଧାର (edge) ଅଛି। ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଘନ ପଦାର୍ଥର ବାହୁ କୁହାଯାଏ।

ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ AB = CD = EF = GH = ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (a ଏକକ),

BC = AD = EH = GF = ଆୟତଘନର ପ୍ରସ୍ଥ (b ଏକକ) ଓ

AE = BF = CG = DH = ଆୟତଘନର ଉଚ୍ଚତା। (c ଏକକ)।

ଚିତ୍ରରେ ଭୂମି ABCD ପୃଷ୍ଠତଳ ଉପରେ ଆୟତଘନଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ। ଏହି ପୃଷ୍ଠତଳ EFGH ଶୀର୍ଷ ପୃଷ୍ଠତଳ ସହିତ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସମାନ୍ତର। ଅବଶିଷ୍ଟ ଚାରିଗୋଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ (Lateral surface) ଅଟନ୍ତି। ଏହି ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ AEHD ଏବଂ BCGF ପୃଷ୍ଠତଳଦ୍ୱୟ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ABFE ଓ CDHG ପୃଷ୍ଠତଳଦ୍ୱୟ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସମାନ୍ତର। ଏହି ଛଅଗୋଟି ପୃଷ୍ଠତଳର ମୋଟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Whole Surface Area) କୁହାଯାଏ।



[ଚିତ୍ର 9.15]

(i) ଆୟତଘନର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ସମଘନର ଛଅଟି ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି।

(ii) ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷପୃଷ୍ଠତଳ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଚାରୋଟି ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମଷ୍ଟି।

ମନେକର ଦତ୍ତ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ଏକକ, ପ୍ରସ୍ଥ = b ଏକକ ଓ ଉଚ୍ଚତା = c ଏକକ।

ABFE, DCGH, ADHE, BCGF, ABCD ଏବଂ EFGH କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ ac, ac, bc, bc, ab ଏବଂ ab ବର୍ଗ ଏକକ।

ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ABCD, DCGH, ADHE ଏବଂ BCGF ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି = ac + ac + bc + bc = (2ac + 2bc)

= (2a + 2b) c = 2c (a + b) ବର୍ଗ ଏକକ।

∴ ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2(a + b) c

∴ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ABFE, DCGH, ADHE, BCGF, ABCD ଏବଂ EFGF ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି

= ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (2ac + 2bc + 2ab)

= 2ab + 2bc + 2ca = 2(ab + bc + ca) ବର୍ଗ ଏକକ।

∴ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2(ab + bc + ca)

ସମଘନର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area of a Cube) :

ଆୟତଘନ ପରି ସମଘନ ମଧ୍ୟ ଛଅଗୋଟି ସମତଳ ପରିବେଷ୍ଟିତ ଏକ ଘନ ପଦାର୍ଥ। ଏହା ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ଆୟତଘନ। ଆୟତଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠତଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର କିନ୍ତୁ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠତଳ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଟେ। ତେଣୁ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା

ମନେକର ସମଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା = a ଏକକ

∴ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବର୍ଗ ଏକକ

∴ ସମଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = 4a × a = $4a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ।

∴ ସମଘନର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4a^2$

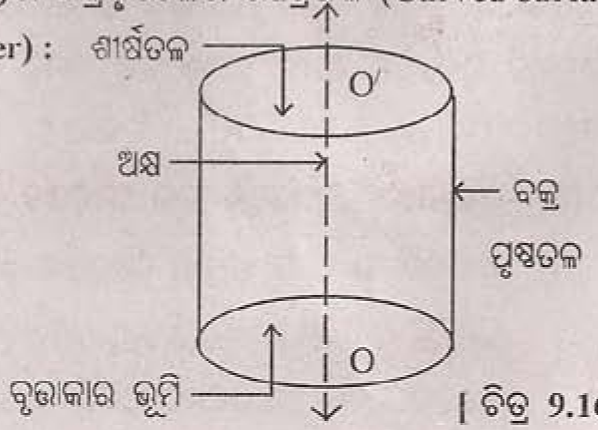
ପୁନଶ୍ଚ, ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର

= ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4a^2 + 2a^2 = 6a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ।

∴ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6a^2$

9.7. ବୃତ୍ତଭୂମିକ ନିଦା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର (ସମବର୍ତ୍ତୁଳ)ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Curved surface area of a right circular solid cylinder) :

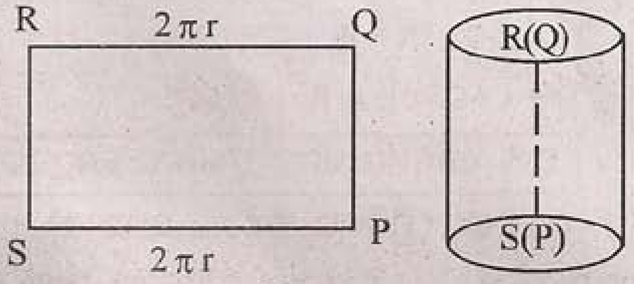
ଗୁଲବାଡ଼ି, କଟା ହୋଇ ନଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଇତ୍ୟାଦି ଘନ ପଦାର୍ଥଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତିର ଅଟନ୍ତି। ଏଗୁଡ଼ିକ ପରୀକ୍ଷା କଲେ ଦେଖିବ ଯେ, ଏ ପ୍ରକାର ଘନ ପଦାର୍ଥର ତିନିଗୋଟି ତଳ ଅଛି। ତିନିଗୋଟି ତଳ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଗୋଟି ସମତଳ (plane surface) ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ବକ୍ରତଳ (curved surface),



[ଚିତ୍ର 9.16]

ଏହି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱୟ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଏମାନେ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର। ଏହି ତଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଯାହା ଉପରେ ସିଲିଣ୍ଡରଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ ତାକୁ ଭୂମି (Base) ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଶୀର୍ଷତଳ କୁହାଯାଏ। ଦୁଇ ବୃତ୍ତାକାର ତଳର କେନ୍ଦ୍ରଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ସରଳରେଖାକୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଅକ୍ଷ (Axis) କୁହାଯାଏ। କେନ୍ଦ୍ରଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା OO'କୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା (Height) କୁହାଯାଏ। ଅକ୍ଷ ଉଭୟ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ତଳ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି। ତେଣୁ ଏ ପ୍ରକାର ସିଲିଣ୍ଡରଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର (Right circular cylinder) କୁହାଯାଏ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ PQRS ଏକ ମୋଟା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରାକୃତି କାଗଜ। ଏହାକୁ ଗୁଡ଼େଇ PQ ଓ SR ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଯୋଗ କଲେ ଏହା ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରପରି ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ସୃଷ୍ଟି କରିବ।



[ଚିତ୍ର 9.17]

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= PQRS ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $PS \times PQ$

= ସିଲିଣ୍ଡରର ଆଧାରର ପରିଧି × ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା

ସିଲିଣ୍ଡର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ, ଉଚ୍ଚତା h ଏକକ ହେଲେ

ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$ ବର୍ଗ ଏକକ

ନିଦା ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$

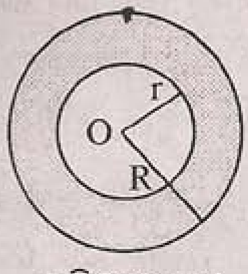
∴ **ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi r(h + r)$ ବର୍ଗ ଏକକ।**

9.8. ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟଭୂମିକ ଫମ୍ପା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

(Surface area of a right annular circular cylinder.)

ରବରନଳୀ, ଲୁହା ପାଇପ୍ ଇତ୍ୟାଦି ମଝି ଫମ୍ପାଥିବା ଘନ ପଦାର୍ଥ ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ଅଟନ୍ତି। ଏଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରସ୍ଥଚ୍ଛେଦ ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟ (Circular Annulus) ଅଟେ।

ଏଥିରେ ଦୁଇଟି ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଥାଏ। ଅନ୍ତଃ ବକ୍ର-ପୃଷ୍ଠତଳର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ବହିଃ ବକ୍ରତଳର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର କାନ୍ଥର ମୋଟେଇ t ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ। ଯେଉଁଠାରେ $t = (R - r)$ ଏକକ।



[ଚିତ୍ର 9.18]

ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସ ତୁଳନାରେ ଉଚ୍ଚତା ଅତ୍ୟଧିକ ହୋଇଥିଲେ ଉଚ୍ଚତା ଶବ୍ଦ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥାଏ। ବିଶେଷତଃ ନଳଗୁଡ଼ିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ।

ଘନ ପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳ (ବକ୍ରତଳର) ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି ହେଲା,

ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବକ୍ରତଳର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା।

ଏହାର ଦୁଇଟି ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ ମଧ୍ୟରୁ

∴ ବହିଃପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi Rh$ ଏବଂ ଅନ୍ତଃପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$

∴ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)h$ ବର୍ଗ ଏକକ।

ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2)$

∴ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)h+2\pi(R^2-r^2)$

$= 2\pi(R+r)h + 2\pi(R+r)(R-r) = 2\pi(R+r)(h+R-r)$

କିନ୍ତୁ t (ବେଧ) = $R-r$ ହେଲେ,

ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)(h+t)$ ବର୍ଗ ଏକକ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ (ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ) :

ଉଦାହରଣ-1: 15 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି ଓ 5 ସେ.ମି.

∴ ଭୂମିର ଅନ୍ୟ ବାହୁଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{144} = 12$ ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା

$= (5 + 12 + 13) \times 15 = 30 \times 15 = 450$ ବ.ସେ.ମି.

∴ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= (450 + 2 \times 30)$ ବ.ସେ.ମି. = 510 ବ.ସେ.ମି। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-2 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1368 ବ.ସେ.ମି. ଏବଂ ଭୂମିର ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 10 ସେ.ମି., 17 ସେ.ମି. ଓ 21 ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଭୂମିର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 10 ସେ.ମି., 17 ସେ.ମି. ଓ 21 ସେ.ମି.।

∴ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ପରିସୀମା = $2s = (10+17+21) = 48$ ସେ.ମି.

∴ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{24(24-10)(24-17)(24-21)}$

$= \sqrt{24 \times 14 \times 7 \times 3} = 84$ ବ.ସେ.ମି.

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = h ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= $(48 \times h + 2 \times 84)$ ବ.ସେ.ମି. = $(48h + 168)$ ବ.ସେ.ମି.

କିନ୍ତୁ ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1368 ବ.ସେ.ମି.

$\Rightarrow$ $48h + 168 = 1368 \Rightarrow 48h = 1368 - 168 = 1200$

$\therefore$ $h = \frac{1200}{48} = 25$ ସେ.ମି. $\Rightarrow$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଉଚ୍ଚତା = 25 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-3 : 24 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର। ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 864 ବ.ମି.। ଉକ୍ତ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ମି. ହେଲେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଟିର ବାହୁସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ମନେକର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁସଂଖ୍ୟା n ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ମି.

$\Rightarrow$ ପରିସୀମା = ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା = 6n ମି.।

କିନ୍ତୁ ଆଧାରର ପରିସୀମା = $\frac{\text{ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}} = \frac{864 \text{ ବ.ମି.}}{24 \text{ ମି.}} = 36$ ମି.

$\Rightarrow$ $6n = 36 \Rightarrow n = 6$

$\therefore$ ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ। (ଉତ୍ତର)

ଆୟତଘନର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-4 : ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 4 : 3 : 2। ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1300 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ମନେକର ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (a) = 4x ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ (b) = 3x ସେ.ମି.

ଉଚ୍ଚତା (c) = 2x ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2(ab + bc + ca)$ ବ.ସେ.ମି.

$= 2(4x \cdot 3x + 3x \cdot 2x + 2x \cdot 4x) = 2(12x^2 + 6x^2 + 8x^2 = 2 \times 26x^2 = 52x^2$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1300 ବ.ସେ.ମି.।

$\Rightarrow$ $52x^2 = 1300 \Rightarrow x^2 = \frac{1300}{52} = 25 \Rightarrow x = 5$

$\therefore$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4x ସେ.ମି. = (4 × 5) ସେ.ମି. = 20 ସେ.ମି.,
ପ୍ରସ୍ଥ = 3x ସେ.ମି. = (3 × 5) ସେ.ମି. = 15 ସେ.ମି. ଏବଂ
ଉଚ୍ଚତା = 2x ସେ.ମି. = (2 × 5) ସେ.ମି. = 10 ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 20 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଓ 10 ସେ.ମି. ।(ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-5 : ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 592 ବ.ମି. । ଯଦି ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 120 ବ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ୮0 ବ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ମନେକର ଆୟତଘନଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ a ମି, b ମି, c ମି. ହେଉ ।

ଦତ୍ତ ଅଛି ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ab) = 120 ବ.ମି. ....(i)

ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (bc) = 80 ବ.ମି. ....(ii)

ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2(ab + bc + ca) = 592 $\Rightarrow$ 2(120+80+ca) = 592

$\Rightarrow$ 400 + 2ca = 592 $\Rightarrow$ 2ca = 192 ବ.ମି. $\Rightarrow$ ca = 96 ବ.ମି.

$\therefore$ ଅନ୍ୟ ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ca) = 96 ବ.ମି. ....(iii)

ବର୍ତ୍ତମାନ (i), (ii) ଏବଂ (iii) ରୁ ପାଇବା $ab \times bc \times ca = 120 \times 80 \times 96 = 921600$

$\Rightarrow a^2b^2c^2 = (960)^2 \Rightarrow abc = 960$

$$\therefore \quad a = \frac{abc}{bc} = \frac{960}{80} = 12,\ b = \frac{abc}{ca} = \frac{960}{96} = 10,\ c = \frac{abc}{ab} = \frac{960}{120} = 8$$

$\therefore$ ଆୟତଘନର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12ମି, 10ମି ଓ ୮ମି. (ଉତ୍ତର)

ସମଘନର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-6 : ଗୋଟିଏ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 15 ଡେ.ମି. । ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ମନେକର ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ଡେ.ମି. $\Rightarrow$ a = 15

$\therefore$ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4a^2 = (4 \times 15^2) = 900$ ବ.ଡେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6a^2 = 6 \times 15^2 = 1350$ ବ.ଡେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-7 : ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ଖୋଲା ଟିଣ କୁଣ୍ଡର ଭିତର ପାଖ ଘଷି କଳଙ୍କି ସଫା କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ମିଟରକୁ 3.60 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 40.50 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । କୁଣ୍ଡଟିର ଗଭୀରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ମନେକର ସମଘନାକାର ଖୋଲାକୁଣ୍ଡର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା = a ମି.

$\Rightarrow$ ଏହାର ଭିତରର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବ.ମି.

$\because$ ସମଘନାକାର କୁଣ୍ଡଟିର ଉପର ଖୋଲା, ଏହାର ପାଞ୍ଚଗୋଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ସଫା କରିବାକୁ ହେବ।

ଏହି ପାଞ୍ଚଗୋଟି ତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି = $5a^2$ ବ.ମି.

କଳଙ୍କି ସଫା ନିମିତ୍ତ ପ୍ରତି ବ.ମି.କୁ 3.60 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 40.50 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ଲାଗିଛି।

$\therefore$ କୁଣ୍ଡଟିର ଭିତର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{40 \cdot 50}{3 \cdot 60} = \frac{4050}{360} = \frac{45}{4}$ ବ.ମି.

ଅର୍ଥାତ୍ $5a^2 = \frac{45}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore$ କୁଣ୍ଡଟିର ଗଭୀରତା 1.5 ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-୫ : ଦୁଇଟି ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର ସମଷ୍ଟି 3264 ବ.ସେ.ମି.। ସମଘନ ଦୁଇଟିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3:5 ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ଦୁଇଟି ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3 : 5 ।

$\therefore$ ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3x ସେ.ମି. ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିର 5x ସେ.ମି.

ପ୍ରଥମ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= 6 × (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 = $6 \times (3x)^2$ ବ.ସେ.ମି.

$= 6 \times 9x^2 = 54x^2$ ବ.ସେ.ମି.।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 6 \times (5x)^2 = 6 \times 25x^2 = 150x^2$ ବ.ସେ.ମି.

ଉଭୟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 54x^2 + 150x^2 = 204x^2$ ବ.ସେ.ମି.

ଉଭୟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି = 3264 ବ.ସେ.ମି.।

$\Rightarrow 204x^2 = 3264 \Rightarrow x^2 = \frac{3264}{204} = 16 \Rightarrow x = 4$

$\therefore$ ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3x = 12 ସେ.ମି. ଅନ୍ୟଟିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 5x = 20 ସେ.ମି.

(ଉତ୍ତର)

ସିଲିଣ୍ଡରର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-୨ : ଏକ ନିଦା ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 7 ଡେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 25 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ :

ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) = 7 ଡେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା (h) = 25 ଡେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = $2\pi rh$ ବ.ଡେ଼.ମି.

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 1100$ ବ.ଡେ଼.ମି.

ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154$ ବ.ଡେ଼.ମି.

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 1100 + 154 \times 2) = (1100 + 308) = 1408$ ବ.ଡ଼େ.ମି.।

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 1100 ବ.ଡ଼େ.ମି., 1408 ବ.ଡେ.ମି. ଅଟେ। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-10 : ଗୋଟିଏ ଲୁହାନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 84 ସେ.ମି.। ଏହାର ବେଧ 2 ସେ.ମି.। ଭୂମିର ବହିଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 8 ସେ.ମି ହେଲେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ଲୁହାନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (h) = 84 ସେ.ମି., ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (R) = 8 ସେ.ମି. ଏବଂ

ବେଧ (t) = 2 ସେ.ମି. ⇒ ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) = 8 – 2 = 6 ସେ.ମି.

ଲୁହାନଳର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)(h+t)$ ବ.ସେ.ମି.

$= 2 \times \frac{22}{7}(8+6)(84+2) = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 86 = 7568$ ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-11 : ଗୋଟିଏ ଲୁହାନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 100 ସେ.ମି. ଏବଂ ଲୁହାର ବେଧ 4 ସେ.ମି.। ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9152 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ଲୁହାନଳର ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = R ସେ.ମି. ଏବଂ ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି.।

∴ ବେଧ (t) = (R–r) = 4 ସେ.ମି. ....(i)

ଉଚ୍ଚତା (h) = 100 ସେ.ମି. ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 9152 ବ.ସେ.ମି.।

$\Rightarrow 2\pi(R+r)(h+t) = 9152 \Rightarrow 2 \times \frac{22}{7}(R+r)(100+4) = 9152$

$\Rightarrow R + r = \frac{9152 \times 7}{2 \times 22 \times 104} = 14$ ....(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ 2R = 18 ⇒ R = 9 ସେ.ମି.

∴ r = 14 – 9 = 5 ସେ.ମି.।

∴ ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 9 ସେ.ମି. ଏବଂ ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 5 ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 9(c)

(ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

1. ଏକ ସରଳ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a, b, c, ଉଚ୍ଚତା h, ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ L, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ W ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସମାଧାନ କର।

   (a) a = 10 ସେ.ମି., b = 6 ସେ.ମି., c = 8 ସେ.ମି., h = 20 ସେ.ମି. ହେଲେ, L ଓ W ସ୍ଥିର କର।

   (b) a = 5 ମି., b = 5 ମି., c = 6 ମି., h = 8 ମି.ହେଲେ, L ଓ W ସ୍ଥିର କର।

2. ଗୋଟିଏ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା h, ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ L ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ W ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର।

(a) ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 40 ମି., h = 50 ମି., L ଓ W କେତେ ବ.ମି. ? ($\sqrt{2} \simeq 1.414$)

(b) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଭୂମିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ଡେ.ମି., h = 20 ଡେ.ମି. ହେଲେ, L ଓ W କେତେ ବ.ମି. ? ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)

3. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ସଳଖ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି., 14 ସେ.ମି. ଓ 15 ସେ.ମି.। ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 840 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଉଚ୍ଚତା ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. ଗୋଟିଏ ଖୁଣ୍ଟ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ସଳଖ ପ୍ରିଜିମ୍। ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକୁ କାଗଜ ମଡ଼ାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 15 ପଇସା ହିସାବରେ ଟ.18.90 ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ଖୁଣ୍ଟଟିର ଉଚ୍ଚତା $8\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? ($\sqrt{3} \simeq 1\frac{3}{40}$)

5. 18 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ସଳଖ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମି., 16 ମି. ଓ 20 ମି. ହେଲେ, ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

6. ଗୋଟିଏ ସଳଖ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2100 ବ.ସେ.ମି ଓ ଉଚ୍ଚତା 30 ସେ.ମି.। ଏହାର ଆଧାର ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 29 ସେ.ମି.। ଆଧାରର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ଆୟତଘନର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

7. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ a, b, c ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ L ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ W ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

(a) a = 10 ମି., b = 8 ମି., c = 5 ମି. ହେଲେ, L ସ୍ଥିର କର।

(b) a = 25 ସେ.ମି., b = 15 ସେ.ମି., c = 5 ସେ.ମି. ହେଲେ, W ସ୍ଥିର କର।

(c) W = 1000 ବ.ମି., a = 20ମି., b = 10ମି., c କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର।

8. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ତିନିଗୁଣ। ଉଚ୍ଚତା 12 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9. ଗୋଟିଏ ବନ୍ଦଥିବା ବାକ୍ସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 18.5 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି. ଓ 8 ସେ.ମି.। ଏହାର ବାହାର ପାଖକୁ ରଙ୍ଗ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 25 ପଇସା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

10. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 6 : 5 : 4। ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 5328 ବ.ମି. ହେଲେ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

11. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1168 ବର୍ଗମିଟର, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 720 ବ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 12 ମି.ହେଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

12. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର ପାଣିକୁଣ୍ଡର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 8 ମି. ଏବଂ ଗଭୀରତା 3 ମି.। ଏହାର ଭିତର ପାଖରେ ସିମେଣ୍ଟ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ ବର୍ଗମିଟରକୁ ଟ.1.25 ଦରରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

13. ଗୋଟିଏ ବନ୍ଦଥିବା କାଠବାକ୍ସର ବାହାର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 28 ସେ.ମି., 24 ସେ.ମି. ଏବଂ 18 ସେ.ମି.। ବାକ୍ସଟି ଯେଉଁ କାଠରେ ନିର୍ମିତ ତାହା ଯଦି 1 ସେ.ମି. ମୋଟା ହୋଇଥାଏ ତେବେ ବାକ୍ସଟିର ଭିତର ପାଖର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର।

14. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 700 ବର୍ଗ ସେ.ମି.। ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରସ୍ଥର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେଲେ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

15. ଗୋଟିଏ ଘରର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 15ମି. ପ୍ରସ୍ଥ 10ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 5ମି.। ଏହାର ଭିତର କାନ୍ଥଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଚଟାଣ ଓ ଛାତର ତଳଭାଗ ରଙ୍ଗ କରିବାକୁ ଏକ ବର୍ଗମିଟରକୁ 50 ପଇସା ଦରରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

16. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଅନୁପାତ 5 : 3। ଏହାର ଚାରି ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 8 ବ.ମି., ଉଚ୍ଚତା 1 ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ସମଘନର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

17. ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ L ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ W ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର।

(a) $a = 5\sqrt{2}$ ମିଟର, L କେତେ ? (b) $a = 2\sqrt{3}$ ମିଟର, W କେତେ ?

(c) L = 1936 ବ.ମି., W କେତେ ? (d) W = 1350 ବ.ମି., a କେତେ ?

18. ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ଖୋଲା ପାଣିଟାଙ୍କିର ଭିତରପାଖ ରଙ୍ଗ କରିବାରେ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 25 ପଇସା ହିସାବରେ 45 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ପାଣିଟାଙ୍କିର ଭିତର ପାଖର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

19. ଗୋଟିଏ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ଯଦି ଏହି ଦୁଇ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24ମି. ଓ 32ମି. ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରଥମ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

20. ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ବାକ୍ସର ବାହାର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 120 ସେ.ମି.। ଏହାର ଭିତର ପାଖର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 82134 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ବାକ୍ସଟି ଯେଉଁ ପଟାରେ ତିଆରି ତାହାର ବେଧ କେତେ ?

21. ଦୁଇଟି ସମଘନର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର 1050 ବର୍ଗ ସେ.ମି.। ସମଘନଦ୍ୱୟର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 4 : 3 ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର।

22. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା 24 ମି., 16 ମି. ଓ 10 ମି। ଏହାର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ସମଘନର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ସିଲିଣ୍ଡରର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

23. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r, ବ୍ୟାସ d ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(a) d = 16 ସେ.ମି., h = 21 ସେ.ମି. ହେଲେ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(b) ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1188 ବ.ମି., d = 18 ମି. ହେଲେ, h କେତେ ?

(c) ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1386 ବ.ସେ.ମି. ଓ h = 36 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

24 ଗୋଟିଏ ରୋଲର୍ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.6 ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 70 ସେ.ମି.। ଏହା କେତେଥର ଘୂରିଲେ 26.4 ଏୟର୍ ସ୍ଥାନ ସମତଳ କରିପାରିବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

25. 1540 ବର୍ଗମିଟର ଭୂମିରେ ଗୋଟିଏ ରୋଲର୍ 90ଥର ଗଡ଼ାଇବାକୁ ପଡ଼େ। ରୋଲର୍‌ଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏହାର ବ୍ୟାସ ସହିତ ସମାନ ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

26. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାର ସ୍ତମ୍ଭର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳକୁ ରଙ୍ଗ କରିବାର ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟରକୁ 60 ପଇସା ହିସାବରେ 792 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 154 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

27. ଗୋଟିଏ ଦୁଇପାଖ ଖୋଲା ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5ମି.। ଏହାର ଉଚ୍ଚତା 14ମି. ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 748 ବ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

9.9. ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥର ଆୟତନ (Volume of regular solids) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନ ପଦାର୍ଥ ବାୟୁରେ, ଜଳରେ ବା ଶୂନ୍ୟରେ କିଛି ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥାଏ। ଅଧିକୃତ ସ୍ଥାନର ପରିମାପକୁ ଘନ ପଦାର୍ଥର ଆୟତନ ବା ଘନଫଳ (volume) କୁହାଯାଏ।

ଘନ ପଦାର୍ଥର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପଦାର୍ଥର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ତିନିଗୋଟି ମାପ ଆବଶ୍ୟକ। ତେଣୁ ଆୟତନ ଏକ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ (Three dimensional) ରାଶି ଅଟେ।

ପୂର୍ବରୁ ବର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇଛି ଯେ ପ୍ରିଜିମ୍, ଆୟତଘନ, ସମଘନ ଓ ସିଲିଣ୍ଡରର ଗଠନରେ ସାଦୃଶ୍ୟ ଅଛି। ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ।

ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି ହେଲା ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

(କ) ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ :

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂତ୍ର ନାହିଁ। କାରଣ ଏହାର ଭୂମି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାରର ନୁହେଁ। ତେଣୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ସାଙ୍କେତିକ ସୂତ୍ର ପରିବର୍ତ୍ତେ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ।

ଅର୍ଥାତ୍ **ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା**

(ଖ) **ଆୟତଘନର ଆୟତନ :**

ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ଏକକ, ପ୍ରସ୍ଥ = b ଏକକ, ଉଚ୍ଚତା = c ଏକକ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ab ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ ଏବଂ ଆୟତଘନର ଆୟତନ = $ab \times c = abc$ ଘନ ଏକକ ହେବ।

∴ ଆୟତଘନର ଆୟତନ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ × ଉଚ୍ଚତା

(ଗ) **ସମଘନର ଆୟତନ :**

ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ a ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ a^2 ହେବ ଏବଂ ସମଘନର ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $a^2 \times a = a^3$ ହେବ।

ସମଘନର ଆୟତନ = (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^3

(ଘ) **ନିବୀ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ :**

ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = πr^2 ହେବ ଏବଂ ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $\pi r^2 \times h$

∴ ନିବୀସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ = $\pi r^2 h$ ଘନ ଏକକ

(ଙ) **ଫମ୍ପା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ :**

ଫମ୍ପା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଏବଂ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2)$ ହେବ ଏବଂ ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $\pi(R^2 - r^2) \times h$ ହେବ।

∴ ଫମ୍ପା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ = $\pi(R^2 - r^2)\,h$ ବର୍ଗ ଏକକ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ (ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ) :

ଉଦାହରଣ-1 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି., 13 ସେ.ମି.। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଓ 13 ସେ.ମି. ଏବଂ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି.

∵ $13^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ।

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $30 \times 10 = 300$ ଘନ ସେ.ମି.

∴ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ = 300 ଘ.ସେ.ମି. ଅଟେ। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-2 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 37800 ଘ.ମି. ଏବଂ ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 39ମି., 42ମି. ଓ 45ମି.। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, a ମି., b ମି. ଓ c ମି.।

$\therefore$ a = 39 ମି., b = 42 ମି., c = 45 ମି.

ମନେକର ଭୂମିର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା (s) = $\frac{39+42+45}{2}$ ମି. = 63 ମି

ଏହି ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{63(63-39)(63-42)(63-45)} = \sqrt{63\times24\times21\times18} = 756$ ବ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\text{ଆୟତନ}}{\text{ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}} = \frac{37800}{756}$ ମି = 50ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = (39+ 42 + 45) × 50

= 126 × 50 = 6300 ବ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 6300 + 2 × 756 = 7812 ବ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-3 : 10 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 120 ଘ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)

ସମାଧାନ : ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = 10 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଆୟତନ = 120 ଘ.ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\text{ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}} = \frac{120}{10}$ = 12 ବ.ସେ.ମି.

$\because$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ତେଣୁ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ × (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)²

$\therefore$ $\frac{\sqrt{3}}{4}$(ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)² = 12 $\Rightarrow$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\frac{12\times4}{\sqrt{3}}}$ ସେ.ମି.

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{16\sqrt{3}} = \sqrt{16\times1.732}$ = 5.264 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଭୂମିର ପରିସୀମା = 5.264 × 3 = 15.792 ସେ.ମି.

ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = 15.792 × 10 = 157.92 ବ.ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 157.92 + 2 × 12 = 181.92 ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-4 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନୁପାତ 5 : 12। ଯଦି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 1800 ଘ.ସେ.ମି. ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ୨00 ବ.ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ ଭୂମିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5x ସେ.ମି. ଓ 12x ସେ.ମି.।

∴ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{(5x)^2+(12x)^2} = \sqrt{25x^2+144x^2} = \sqrt{169x^2} = 13x$ ସେ.ମି.

∴ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \cdot 5x \cdot 12x$ ବ.ସେ.ମି. = $30x^2$ ବ.ସେ.ମି. ।

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା h ସେ.ମି.

∴ ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $30x^2h$ ଘ.ସେ.ମି. $\Rightarrow 30x^2h = 1800$ ....(i)

ଭୂମିର ପରିସୀମା = $5x + 12x + 13x = 30x$ ସେ.ମି.

ପୁନଶ୍ଚ, ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = $30xh$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $30xh = 900$ ....(ii)

ବର୍ତ୍ତମାନ (i) କୁ (ii) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ $\frac{30x^2h}{30xh} = \frac{1800}{900} \Rightarrow x = 2$

∴ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $5x = 5 \times 2 = 10$ ସେ.ମି.

ଅନ୍ୟବାହୁଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $12x = 12 \times 2 = 24$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-5 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ 4500 ଘ.ମି. । ଏହାର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 41 ମିଟର। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 25ମି. ହେଲେ ଏହାର ଭୂମିର ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର ବାହୁଦ୍ୱୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ମିଟର ଏବଂ b ମିଟର।

$a^2 + b^2 = 41^2 = 1681$ ଏବଂ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ab ବ.ମି.

କିନ୍ତୁ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\text{ଘନଫଳ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}} = \frac{4500 \text{ ଘନ.ମି.}}{25\text{ମି.}}$ = 180 ବ.ମି.

$\Rightarrow \frac{1}{2} ab = 180 \Rightarrow ab = 360 \Rightarrow 2ab = 720$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow (a + b)^2 = 41^2 + 720 = 2401$

$\Rightarrow a + b = \sqrt{2401} = 49$ ....(i)

ସେହିପରି $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 41^2 - 720 = 961$

$\Rightarrow a - b = \sqrt{961} = 31$ ....(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ $2a = 80 \Rightarrow a = 40$ ମି.

∴ $b = 49 - 40 = 9$ ମି. (ଉତ୍ତର)

ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-6 : ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 18 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଓ 10 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ଆୟତନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (a) = 18 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ (b) = 15 ସେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା (c) = 10 ସେ.ମି.

∴ ଆୟତନ = abc ଘ.ସେ.ମି. = (18 × 15 × 10)ଘ.ସେ.ମି. = 2700 ଘ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-7 : ଗୋଟିଏ ବନ୍ଦଥିବା କାଠବାକ୍ସର ବାହାର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 30 ସେ.ମି., 22 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି.। ବାକ୍ସଟି ଯେଉଁ କାଠରେ ନିର୍ମିତ ତାହା ଯଦି 2 ସେ.ମି. ମୋଟା ହୁଏ, ତେବେ ବାକ୍ସରେ ବ୍ୟବହୃତ କାଠର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ବାକ୍ସଟିର ବାହାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 30 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ = 22 ସେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା = 12 ସେ.ମି.

କାଠର ବେଧ = 2 ସେ.ମି.

∴ ଭିତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 30 – 4 = 26 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ = 22 – 4 = 18 ସେ.ମି.

ଉଚ୍ଚତା = 12 – 4 = 8 ସେ.ମି.

କାଠର ଆୟତନ = ସମୁଦାୟ ବାକ୍ସର ଆୟତନ – ଭିତର ଫମ୍ପା ଅଂଶର ଆୟତନ

= (30 × 22 × 12) ଘ.ସେ.ମି. – (26 × 18 × 8) ଘ.ସେ.ମି.

= (7920 – 3744) ଘ.ସେ.ମି. = 4176 ଘ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-8 : ଗୋଟିଏ ସମଘନର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 15 ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 15 ମିଟର

ଏହାର ଘନଫଳ = 15^3 = 3375 ଘ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-9 : ତିନିଗୋଟି ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 9 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି. ଓ 15 ସେ.ମି.। ଏହି ସମଘନତ୍ରୟର ସମାନ ଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଘନ ତିଆରି କଲେ ତାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 9 ସେ.ମି. ⇒ ଘନଫଳ = $(9)^3$ = 729 ଘ.ସେ.ମି.

ଦ୍ୱିତୀୟ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 12 ସେ.ମି. ⇒ ଘନଫଳ = 12^3 = 1728 ଘ.ସେ.ମି.

ତୃତୀୟ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 15 ସେ.ମି. ⇒ ଘନଫଳ = 15^3 = 3375 ଘ.ସେ.ମି.

∴ ନୂତନ ସମଘନର ଘନଫଳ = (729 + 1728 + 3375) ଘ.ସେ.ମି. = 5832 ଘ.ସେ.ମି.

⇒ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt[3]{5832}$ ସେ.ମି. = 18 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-10 : ଗୋଟିଏ ନିଦା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 101376 ଘ.ଡେ.ମି.; ଏହାର ଭୂମିର ପ୍ରସ୍ଥ 48 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା କେତେ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା = h ଡେ.ମି., ଭୂମିର ପ୍ରସ୍ଥ = ଭୂମିର ବ୍ୟାସ (2r) = 48 ଡେ.ମି.

$\Rightarrow$ r = 24 ଡେ.ମି.

ଘନଫଳ = $\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 24^2 \times h$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, ଏହାର ଘନଫଳ = 101376 ଘ.ଡେ.ମି. $\Rightarrow \frac{22 \times 24 \times 24h}{7} = 101376$

$\Rightarrow$ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା (h) = $\frac{101376 \times 7}{22 \times 24 \times 24}$ ଡେ.ମି. = 56 ଡେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-11 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 12672 ଘ.ମି.। ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2112 ବ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ମିଟର ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = h ମିଟର

ଏହାର ଘନଫଳ = $\pi r^2 h$ = 12672 ଘ.ମି. ....(i)

ଏହାର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$ ବ.ମି. = 2112 ବ.ମି. ....(ii)

$\therefore$ (i) ଏବଂ (ii)ରୁ ପାଇବା $\frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{12672}{2112} \Rightarrow \frac{r}{2} = 6 \Rightarrow r = 12$

$\therefore$ ଭୂମିର ପରିଧି = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 12 = \frac{528}{7} = 75\frac{3}{7}$ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-12 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ନିଦା ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କାଠର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ଡେ.ମି.। ପ୍ରତି ଘନ ଡେ.ମି.କୁ 75 ପଇସା ହିସାବରେ 77 ଟଙ୍କା ଦେଇ କାଠଟି କିଣାଗଲା। କାଠଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରାନ୍ତର ପରିଧି କେତେ?

ସମାଧାନ : ଏକ ଘନ ଡେ.ମି. କାଠର ମୂଲ୍ୟ 75 ପଇସା।

$\therefore$ 77 ଟଙ୍କାରେ କିଣାଯାଇଥିବା କାଠର ଘନ ପରିମାଣ = $\frac{7700}{75} = \frac{308}{3}$ ଘନ ଡେ.ମି.

ମନେକର ଏହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ଡେ.ମି., ଏହାର ଉଚ୍ଚତା (h) = 24 ଡେ.ମି.

କାଠର ଘନଫଳ = $\pi r^2 h$ ଘନ ଡେ.ମି.

$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{308}{3} \Rightarrow \frac{22}{7} r^2 \times 24 = \frac{308}{3} \Rightarrow r^2 = \frac{308 \times 7}{22 \times 24 \times 3} = \frac{49}{36} \Rightarrow r = \frac{7}{6}$ ଡେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ପରିଧି = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{6} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$ ଡେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9(d)

(ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

1. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2520 ବର୍ଗମିଟର। ଏହାର ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଆଧାରର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମି., 21 ମି. ଓ 29 ମିଟର ହେଲେ, ଆୟତନ ସ୍ଥିର କର।

2. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି, $8\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ କର୍ଣ୍ଣ ବିଶିଷ୍ଟ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। ଉଚ୍ଚତା 14 ସେ.ମି. ହେଲେ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

3. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 2520 ଘନ ମିଟର। ଏହାର ଆଧାର ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ମି. ଓ 24 ମିଟର। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର।

4. 15 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆଧାର ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., ଆୟତନ 360 ଘନ ସେ.ମି. ହେଲେ ଆଧାରର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

5. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ କ୍ଷେତ୍ରଫଳର $\frac{8}{9}$। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 96 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଆୟତନ 48 ଘନମିଟର ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

6. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆଧାର ପରିସୀମା 56 ମିଟର। ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1680 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଆୟତନ 2520 ଘନମିଟର ହେଲେ ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

7. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ $84\sqrt{3}$ ଘ.ସେ.ମି.। ଉଚ୍ଚତା 7 ସେ.ମି. ଏବଂ ଆଧାର ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେଲେ ଆଧାରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

8. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 336 ସେମି.। ଏହାର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 21 ସେ.ମି., 72 ସେ.ମି. ଓ 75 ସେ.ମି। 288 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ $42\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ କର୍ଣ୍ଣ ଥିବା ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ ଯଦି ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9. $8\sqrt{3}$ ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 864 ଘନମିଟର ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

10. 40 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 16 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 2 ମିଟର ଗଭୀରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଖାତ ଖୋଳିଲେ ଖୋଳାଯାଇଥିବା ମାଟିର ଆୟତନ କେତେ ?

11. ଗୋଟିଏ ଇଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ $12\frac{1}{2}$ ସେ.ମି., ବେଧ 10 ସେ.ମି; 1000 ଇଟାଥିବା ଗଦାଟିର ଘନଫଳ ଘନମିଟରରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

12. 12 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $10\frac{2}{3}$ ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବେଦି ତିଆରି କରିବାକୁ ପ୍ରତି ଘନ ମିଟରକୁ 2ଟ. 25ପ. ହିସାବରେ 480 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା; ବେଦିର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

13. ଖଣ୍ଡିଏ ଇଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 21 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି. ଓ 8 ସେ.ମି.। ଦୈର୍ଘ୍ୟ 9 ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 7ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 1 ମି. କାନ୍ଥ ନିର୍ମାଣ କରିବାକୁ ହେଲେ, କେତେଖଣ୍ଡ ଇଟା ଲାଗିବ ?

14. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଆୟତନ 3240 ଘନମିଟର। ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 6 : 5 : 4 ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

15. ଢାଙ୍କୁଣୀ ନଥିବା ଗୋଟିଏ କାଠ ବାକ୍ସର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 30 ସେ.ମି., 22 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି.। ପଟାର ବେଧ 2 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବ୍ୟବହୃତ ପଟାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

16. ତିନୋଟି ସମଘନର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 9 ବ.ମି., 16 ବ.ମି. ଓ 25 ବ.ମି.। ଏହି ସମଘନ ତ୍ରୟର ଘନଫଳର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

17. ଦୁଇଟି ସମଘନର ଘନଫଳର ସମଷ୍ଟି 5824 ଘ.ମି.। ସେମାନଙ୍କ ବାହୁର ଅନୁପାତ 3 : 4 ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

18. ଦୁଇଟି ସମଘନର ଆୟତନର ଅନ୍ତର 296 ଘନମିଟର। ସେମାନଙ୍କର ବାହୁର ଅନୁପାତ 3 : 4 ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକଟିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

19. 4 ମିଟର ବ୍ୟାସ ଓ 9 ମିଟର ଗଭୀର କୂଅଟିଏ ଖୋଳାଯାଇ ସେଥିରୁ ବାହାରିଥିବା ମାଟିକୁ 12 ମିଟର ବ୍ୟାସର ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ସ୍ତୂପରେ ଗଦାକଲେ, ସ୍ତୂପଟିର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ହେବ ?

20. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାରର ସ୍ତମ୍ଭ ତିଆରି କରିବାକୁ ପ୍ରତି 100 ଘନ ଡେ.ମି.କୁ 8 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 352 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହୁଏ। ସ୍ତମ୍ଭଟିର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 20 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

21. 28 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ $5\frac{1}{2}$ ମିଟର ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଘନର ଘନଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

22. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 9504 ଘନ ସେ.ମି.। ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1584 ବ.ସେ.ମି.। ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

23. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା ଭୂମିର ବ୍ୟାସର ଦୁଇଗୁଣ। ଏହାର ଘନଫଳ 539 ଘ.ଡେ.ମି. ହେଲେ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

24. ଗୋଟିଏ ନିଦା ସମବର୍ତ୍ତୁଳର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $701\frac{1}{4}$ ବ.ସେ.ମି. ଓ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ 528 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

25. ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ତମ୍ବାଖଣ୍ଡର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ଡେ.ମି. 2 ସେ.ମି.। ଏହାକୁ ତରଳାଇ 1219.68 ମିଟର ତାର ତିଆରି କରାଗଲେ ତାରର ବେଧ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

26. 11 ଘନ ସେ.ମି. ଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ ସୁନାରୁ $\frac{1}{12}$ ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର କେତେ ମିଟର ତାର ତିଆରି କରାଯାଇ ପାରିବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

27. ଗୋଟିଏ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା ଓ ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ 3:2। ଏହାର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1232 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

28. ଉଭୟ ପ୍ରାନ୍ତ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରରେ ବ୍ୟବହୃତ ଧାତୁର ଘନଫଳ 4928 ଘ. ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର 352 ବ.ସେ.ମି.। ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା 28 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଭିତର ଓ ବାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$